G 21662 F

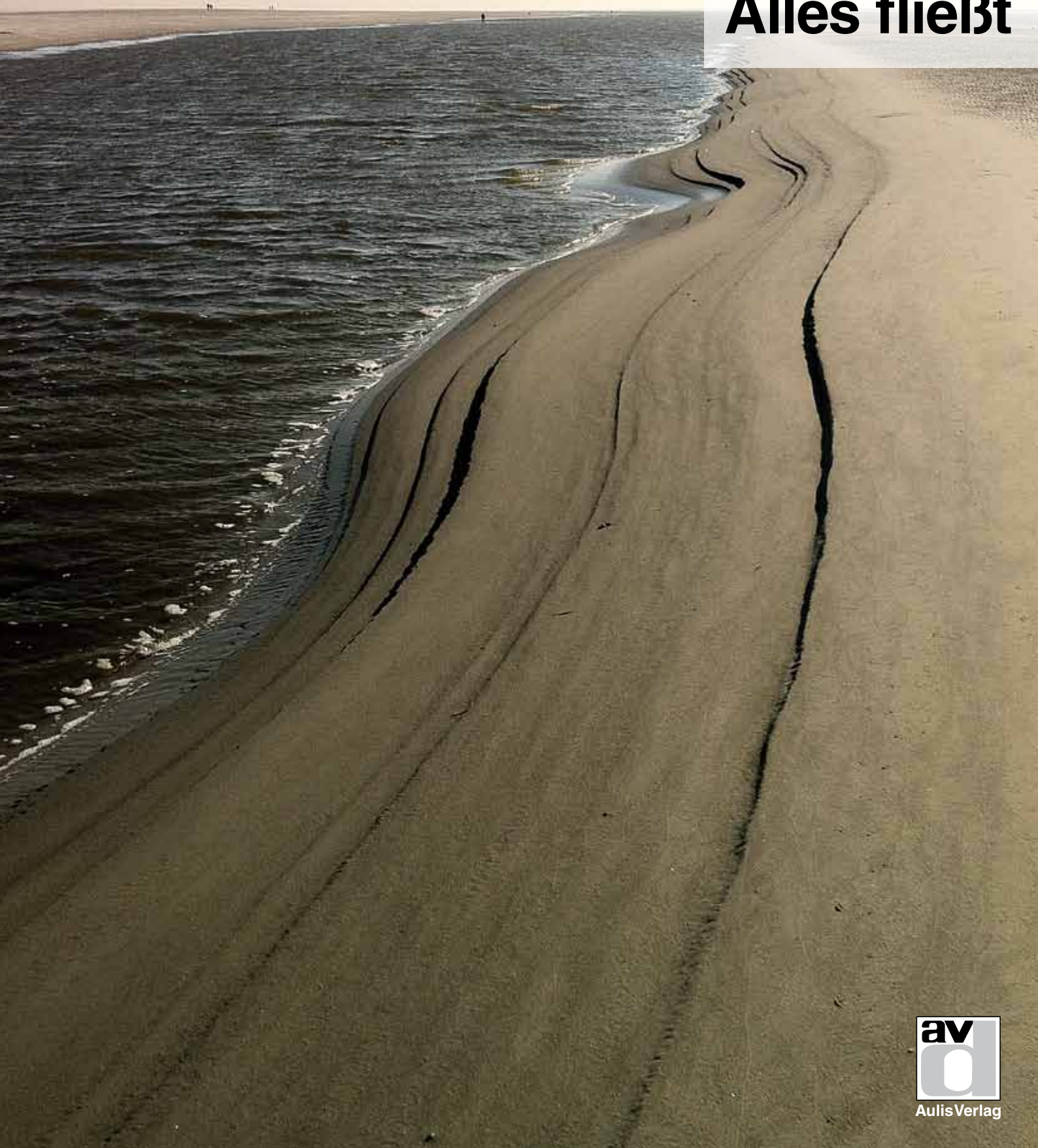
Praxis der Naturwissenschaften

Physik in der Schule

1/61

Heft Nr. 1/61. Jahrgang
Januar 2012

Alles fließt



Aulis Verlag

Inhalt

παντα ρει
Alles fließt!

παντα ρει– Alles fließt!
H. Schwarze 4
Ströme von Stoffen und Ströme physikalischer Größen
F. Herrmann 5
Die Richtung von Strömen und dessen, was strömt
M. Pohlig 7
Zur Geschichte des Entropiestroms
M. Pohlig 9
Energie und Energieträgerströme
K. Schneider 11
Konduktive und konvektive Ströme
P. Schmälzle 13
Gekoppelte Ströme
H. M. Strauch 15
Der elektrische und der magnetische Verschiebungsstrom
F. Herrmann 18
Kraft und Impulsstrom
F. Herrmann 19
Impulsstromverteilungen in Beispielen
F. Herrmann 23
Drehimpuls und Drehimpulsströme
H. Hauptmann 26
Energieströme im elektromagnetischen Feld
P. Schmälzle 30
Leistungs-, Kraft- und Drehmomentübertragung
F. Herrmann 32
Supraströme
F. Herrmann 33
Energieströme im Licht
H. M. Strauch 38
Ströme in der Atomhülle
M. Pohlig 41
Elektrische Strom- und Ladungsdichte
H. Hauptmann 43
Energiestrom und Impuls
F. Herrmann u. M. Pohlig 45

Serie

Kontextorientierte Aufgabe (22): Sommer und Winter
M. Hopf 46

Magazin

Altlasten der Physik (134): Die elektrische Probleadung
F. Herrmann 48
Polytechnikpreis 2011
M. Hopf, M. Hopf, Th. Wilhelm, H. Wiesner, V. Tobias u. Ch. Waltner 49
Impressum 50

Herausgeber: M. Pohlig u. H. Schwarze

Schriftleiter:
StD Dr. Heiner Schwarze
Herausgeber:
Prof. Dr. Martin Hopf, Wien;
Prof. Dr. Rainer Müller, Braunschweig
Prof. Dr. Volkhard Nordmeier, Berlin;
StD Dr. Heiner Schwarze, Kiel-Kronshagen;
Prof. Dr. Dr. Hartmut Wiesner, München
Prof. Dr. Thomas Wilhelm, Augsburg

Titelgestaltung: Schmid, Wilhelm
Foto: Im Priel ist alles in fließender Bewegung, (Foto: H. Schwarze)

Praxis der Naturwissenschaften Physik in der Schule
erscheint im Aulis Verlag

Z211021

πάντα ῥεῖ – Alles fließt!

H. Schwarze

Wir sind daran gewöhnt, in Physik und Technik mit Strömen zu operieren: elektrische Ströme, Energieströme, Massenströme, Stoffströme, Datenströme. Es ist für uns so normal, dass wir uns die Frage nach der Berechtigung dieses Vorgehens gar nicht mehr stellen. Dabei sind Ströme physikalischer Größen keine Selbstverständlichkeit. Man hat sie nicht in der Natur vorgefunden, sondern sie sind Konstruktionen der Naturwissenschaft. Und sie sind eine recht moderne Vorstellung. Zu Newtons Zeit gab es noch keine elektrische Ladung und keine Energie, und natürlich auch nicht die entsprechenden Ströme.

Wenn wir vom Strom einer physikalischen Größe sprechen, so benutzen wir ein Modell, das Stoffmodell. Es ist recht unauffällig in die Physik gekommen, sodass seine Berechtigung kaum diskutiert wurde. Vielleicht auch deshalb, weil man sich zunächst gar nicht bewusst war, dass es nur ein Modell ist. Man hielt ja die Elektrizität, das Caloricum (die heutige Entropie) und die Energie für real vorhandene Fluida, also Stoffe.

In diesem Heft geht es darum zu zeigen, wo und wie das Stoffmodell in der Physik verwendet wird.

Im ersten Aufsatz *Ströme von Stoffen und Ströme physikalischer Größen* wird gezeigt, dass die meisten uns aus der Physik vertrauten Ströme nur Modellströme sind, es strömt nur in unserem Kopf.

Im zweiten Aufsatz *Die Richtung von Strömen und die Richtung dessen, was strömt* geht es um ein Problem, das manch einer gar nicht als Problem wahrnimmt: In welche Richtung fließt ein Strom?

Entropieströme sind eine allgegenwärtige Erscheinung, und trotzdem werden sie selbst in Hochschulbüchern kaum angesprochen. Im Aufsatz *Zur Geschichte des Entropiestroms* wird gezeigt, wie mühsam ihre Genese war.

Im nächsten Aufsatz *Energie und Energieträgerströme* geht es um Energieströme und ihre Besonderheiten: Wenn Energie strömt, so strömt auch immer noch irgendeine andere physikalische Größe.

Jeder weiß, dass man Ströme einer physikalischen Größe auf verschiedene Arten realisieren kann: konvektiv, konduktiv, dissipativ, reibungsfrei. Der Aufsatz *Konduktive und konvektive Ströme* versucht, etwas Ordnung in die verschiedenen Stromtypen zu bringen.

Nicht nur die Energie fließt immer zusammen mit einer anderen mengenartigen Größe. Alle Ströme sind mehr oder weniger stark aneinander gekoppelt. Im Aufsatz *Gekoppelte Ströme* werden einige technisch wichtige Effekt angesprochen, die auf einer solchen Kopplung beruhen.

Der von *Maxwell* eingeführte elektrische Verschiebungsstrom bleibt für viele Lernende etwas suspekt. Im Artikel *Der elektrische und der magnetische Verschiebungsstrom* wird versucht zu zeigen, wie man sich mit ihm anfreunden kann, und wenn das einmal gelungen ist, dass man sogar einen magnetischen Verschiebungsstrom ins Haus lässt.

Im nächsten Artikel *Kraft und Impulsstrom* geht es um das tragische Schicksal des Impulsstroms. Die Kraft, eigentlich nur eine Verlegenheitskonstruktion von *Newton*, hat sich so etabliert, ja breit gemacht, dass es das natürlichere und tragfähigere Konzept Impulsstrom nie in die Anfänger-Mechanikbücher geschafft hat. Der Wechsel vom Kraft- zum Impulsstrommodell wirkt sich auf die ganze Mechanik, insbesondere auch die für Fortgeschrittene, aus. Im Aufsatz *Impulsstromverteilungen in Beispielen* werden einige Konsequenzen dieses Wechsels vorgestellt.

Wenn man die Translationsmechanik mit Impulsströmen macht, so ist es nur konsequent, in der Rotationsmechanik mit Drehimpulsströmen zu operieren. Im Aufsatz *Drehimpuls und Drehimpulsströme* wird gezeigt, dass der Konzeptwechsel bei den Drehbewegungen besonders vorteilhaft ist.

In dem kurzen Artikel *Leistungs-, Kraft- und Drehmomentübertragung* geht es um ein Sprachrelikt. Manche mechanischen Prozesse werden noch heute verbal so beschrieben, als glaubten wir an Fernwirkungen.

Ein Thema, das einfach, aber unserer Meinung nach stark vernachlässigt ist, sind die *Energieströme im elektromagnetischen Feld.*

Natürlich dürfen in einem Heft über Ströme die Supraströme nicht fehlen (*Supraströme*). Man braucht für ein vernünftiges Verständnis keine Elektron-Phonon-Kopplung und BCS-Theorie.

Dann wieder ein Themenwechsel, nämlich zur Optik. In *Energieströme im Licht* wird gezeigt, dass man eine interessante Anschauung von Lichtverteilungen bekommt, wenn man die Energiestromverteilung graphisch darstellt.

Im Artikel *Ströme in der Atomhülle* geht es schließlich um das, was man oft mit dem etwas sperrigen Namen Wahrscheinlichkeitsstrom bezeichnet, was aber im Elektroniummodell als ganz normaler elektrischer Strom auftritt, und mehrere Eigenschaften von Atomen in ihren verschiedenen Zuständen, sowie bei Übergängen zwischen diesen Zuständen beschreibt.

Schließlich noch zwei Artikel, die mit Auswirkungen der Relativitätstheorie auf den Strombegriff zu tun haben. Im Aufsatz *Elektrische Stromdichte und Ladungsdichte beim Wechsel des Bezugssystems* wird gezeigt, dass sich bei einem Bezugssystemwechsel elektrische Ladung und elektrischer Strom ineinander transformieren. Danach, in *Der universelle Zusammenhang zwischen Energiestrom und Impuls* wird gezeigt, dass es neben der bekannten Energie-Masse -Äquivalenz noch eine Energiestrom-Impuls-Äquivalenz gibt. ■

Ströme von Stoffen und Ströme physikalischer Größen

F. Herrmann

1 Physikalische Größe und physikalisches System – Vertauschungen

Wir betrachten einen Satz, der die Situation in Abb. 1a beschreibt: „An der Feder hängt eine Masse." Der Satz ist genau genommen falsch. Die Masse ist eine physikalische Größe, d.h. im Sinn der Mathematik eine Variable und damit ein abstraktes mathematisches Konzept. Als solches kann sie weder hängen noch nicht hängen. Auch in Abbildung 1b hängt nicht eine Masse an der Feder, sondern ein ausgeschnittener Buchstabe. Ein Satz, der das Gemeinte richtig ausdrückt, würde lauten: „An der Feder hängt ein Körper."

Viele andere gebräuchliche Formulierungen enthalten dieselbe Unstimmigkeit: „In den Stromkreis wird eine Kapazität eingebaut", statt „In den Stromkreis wird ein Kondensator eingebaut", „Das Filter lässt nur die kurzen Wellenlängen durch", statt „Das Filter lässt nur Licht kurzer Wellenlängen durch" oder „Das Gas befindet sich in einem zylinderförmigen Volumen", statt „Das Gas befindet sich in einem zylinderförmigen Behälter". Wie eine mathematische Variable nicht hängen kann, so kann man sie auch nicht in einen Stromkreis einbauen, sie kann nicht durch ein Filter hindurchgehen und sie kann nicht zylinderförmig sein.

In jedem dieser Fälle wird der Name eines konkreten Gegenstandes oder Systems – Körper, Kondensator, Licht, Behälter – ersetzt durch den Namen einer physikalischen Größe – Masse, Kapazität, Wellenlänge, Volumen. Handelt es sich dabei um eine Verwechslung, einen Fehler, eine falsche Aussage? Wir wollen nicht voreilig schließen.

In der Umgangssprache ist es gang und gäbe, den Namen eines Begriffs durch den eines anderen zu ersetzen. In der Wortbedeutungslehre nennt man das eine Metonymie. Hier einige Beispiele für Metonymien: „Thomas Mann lesen", statt „ein Buch von Thomas Mann lesen", „ein Glas trinken", statt „den Wein in dem Glas trinken", „Brüssel entscheidet", statt „die Europäische Kommission in Brüssel entscheidet", „der Saal applaudiert", statt „die Leute im Saal applaudieren". Offenbar funktioniert die Sprache, auch wenn man solche Ersetzungen macht, und von der Umgangssprache kann man sogar sagen, sie funktioniert so gut, gerade weil man diese Möglichkeit hat.

Wenn man in einem bestimmten Zusammenhang „Thomas Mann" sagt, so meint man ein Buch von ihm. Genauso ist es bei den physikalischen Beispielen. In unseren Beispielen meint man mit der Masse den Körper und mit der Wellenlänge das Licht. Indem man den Namen einer physikalischen Größe statt den Namen des eigentlich gemeinten Gegenstandes benutzt, bringt man zum Ausdruck, dass es einem im betrachteten Zusammenhang nur auf eine bestimmte Eigenschaft des Gegenstandes ankommt.

Die hier angesprochenen Ersetzungen sind also nicht unzulässig und sie können auch vorteilhaft sein. Allerdings ist der Gewinn nicht groß, denn die Sätze „An der Feder hängt ein Körper" und „An der Feder hängt eine Masse" nehmen sich nicht viel. Dass solche Ersetzungen nicht unentbehrlich sind, sieht man auch an einer Situation, die der zuvor beschriebenen ähnlich ist, in der man die Ersetzung aber nicht macht. Sollte man nicht, so wie man eine Masse an einer Feder hängen lässt, auch einen Körper an der Federkonstante hängen lassen können, Abb. 1c? Warum sagt man denn das nicht? Weil der Name der Größe einer Identifizierung mit dem Gegenstand (der Feder) im Weg steht. Es gibt Namen von physikalischen Größen, die wir als Objektnamen nicht akzeptieren, weil sie zu deutlich zum Ausdruck bringen, dass es sich um ein Maß, und nicht um einen Gegenstand handelt. Solche Namen sind stets Zusammensetzungen, in denen das Grundwort ein mathematischer Begriff ist. Sie enden auf "-konstante", (wie Federkonstante), "-menge" (wie Stoffmenge) oder "-stärke" (wie Feldstärke). Wir können also feststellen: Das Vertauschen geschieht nicht nach vernünftigen Regeln.

Nun zum eigentlichen Thema. Wir betrachten den Satz: „In einem Stromkreis fließt elektrische Ladung." Die Aussage scheint von derselben Art zu sein, wie die zuvor diskutierten: Die elektrische Ladung ist eine physikalische Größe, und als solche kann sie prinzipiell nicht fließen. Wird

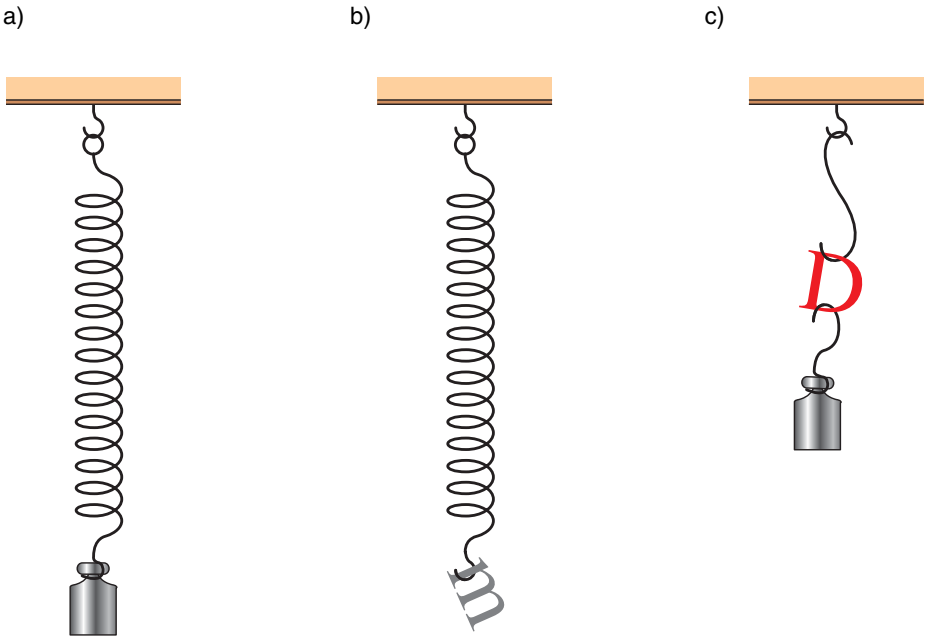


Abb. 1: (a) An der Feder hängt ein Körper. (b) Misslungener Versuch, eine Masse an die Feder zu hängen. (c) Misslungener Versuch, einen Körper an die Federkonstante zu hängen

die Ladung hier also wieder als Stellvertreter verwendet für etwas, das fließen kann und auch wirklich fließt, also im Sinne einer Metonymie? Man mag an die beweglichen Elektronen denken. Die können aber nicht gemeint sein, denn viele Sätze, die man mit der elektrischen Ladung formuliert, bleiben nicht richtig, wenn man das Wort Ladung durch das Wort Elektronen ersetzt; vor allem dann, wenn die Ladungsträger keine Elektronen sind, sondern andere geladene Teilchen, etwa Defektelektronen, Cooperpaare oder Ionen der verschiedensten Art.

Was für einen Sinn macht es dann, von strömender Ladung zu sprechen? Tatsächlich handelt es sich hier um mehr als eine Metonymie; wir haben es mit einem Modell zu tun.

2 Modelle in der Physik

Was versteht man unter einem Modell? B sei ein Modell von A. A besteht aus Elementen, zwischen denen gewisse Beziehungen existieren. Da B ein Modell von A ist, muss auch B aus Elementen bestehen, die durch Beziehungen miteinander verknüpft sind, und die Elemente und Beziehungen in A lassen sich auf die in B abbilden. Das heißt A und B haben eine gemeinsame Struktur. Man kann auch sagen: Es existiert eine Übersetzungstabelle, eine Art zweisprachiges Wörterbuch. Man kann nun in B irgendwelche Schlüsse ziehen und diese mithilfe des Wörterbuchs in Aussagen über A übersetzen. Sind solche Aussagen über A oft korrekt, so ist das Modell ein gutes Modell, sind sie oft falsch, so ist das Modell schlecht. Es gibt keine falschen und richtigen Modelle, nur besser passende und weniger gut passende.

Diese Definition des Modellbegriffs ist noch recht allgemein. Ihr zufolge gibt es zu jedem physikalischen Gegenstand eine ganze Reihe von Modellen. So ist in diesem Sinn etwa die mathematische Beschreibung eines Systems ein Modell, oder auch ein Computerprogramm, mit dem man A „simuliert".

Wir wollen das Wort „Modell" hier in einem engeren Sinn benutzen. Unter dem Modell B wollen wir ein anderes physikalisches System verstehen, das mit A eine Strukturverwandtschaft hat, und das die folgende Besonderheit hat: Es soll uns vertraut sein. Wir haben bei B nicht das Bedürfnis, dass man uns erklärt wie es funktioniert.

Wir wissen jetzt auch, was man meint, wenn man sagt, man habe A verstanden. Es bedeutet einfach, dass man eingesehen hat: A verhält sich wie B.

Hofstadter sagt es so: „Wiederholt haben wir gesehen, wie Analogien und Entsprechungen zweite Bedeutungen entstehen lassen, die auf dem Rücken der ersten Bedeutungen daherkommen. […] Jegliche Bedeutung geht auf Analogien zurück." [1] und *Nietzsche* [2]: „[…]: 'verstehen' das heißt naiv bloß: Etwas Neues ausdrücken können in der Sprache von etwas Altem, Bekanntem."

3 Das Stoffmodell

Zurück zu den elektrischen Strömen: Als Modell dient hier eine Flüssigkeit oder ein Fluidum. Die Größe Q interpretieren wir als Maß für die Menge des Fluidums, und im Sinne einer Metonymie sagen wir Ladung, wenn wir das gedachte Fluidum meinen.

Wir stellen uns dieses Modell-Fluidum am Besten als Kontinuum vor. Das Modell, das wir hier verwenden, ist das *Stoffmodell*.

Warum ist es nun vorteilhafter, mit dieser gedachten Flüssigkeit zu operieren, als mit den „wirklich" strömenden Teilchen?

Erstens: Oft sind nicht die Elektronen die Ladungsträger, sondern andere Teilchen. Wenn man den elektrischen Strom als sich bewegende Elektronen definiert, muss man die Halbleiterphysik und die Elektrochemie ausklammern.

Zweitens: Die Elektronen haben den Nachteil, dass sie negativ geladen sind und nicht positiv. Das hat zur Folge, dass die physikalische Größe elektrische Ladung immer das Gegenteil von dem tut, was die Elektronen machen. Die Ladung nimmt ab, weil Elektronen zufließen.

Man mag zugunsten der Elektronen anführen, dass man mit ihnen, wenigstens im Fall der n-leitenden Stoffe, also der meisten Metalle, der Wirklichkeit näher kommt, denn wir wissen doch, dass in diesen Stoffen die Elektronen die Ladungsträger sind. Wir sprechen dann also nicht von einem Modell, sondern von der Wirklichkeit. Nun ist aber die Vorstellung die man von den Elektronen vermittelt, nämlich, dass sie kleine Körperchen seien, die zwischen den Atomen herumflitzen, und ab und zu gegen irgendein Hindernis stoßen, nicht sehr tragfähig. Wie man in der Festkörperphysikvorlesung lernt, beschreibt man die Elektronen besser als Wellen, sogenannte Blochwellen, die sich über große Entfernungen im Festkörper ausdehnen. Die zugehörigen Teilchen haben in Zuständen der oberen Hälfte des Leitungsbandes eine negative Masse, und obendrein ist diese „effektive Masse" ein Tensor. Wenn man aber von diesen Merkwürdigkeiten absieht, benutzt man auch wieder ein Modell. Warum dann nicht gleich dasjenige, das die wenigsten Komplikationen verursacht?

Ein anderer Gesichtspunkt ist die Anschaulichkeit. Es besteht kein Zweifel darüber, dass das Teilchenmodell anschaulich ist. Dass aber auch das Stoffmodell anschaulich ist, erkennt man daran, dass es auch der physikalische Laie mit der größten Bereitwilligkeit anwendet – sogar in Fällen, wo man als Physiker gewiss etwas vorsichtiger wäre. Immer wenn man von „viel" oder „wenig" spricht, ist das Stoffmodell im Spiel. Viel Geld, viel Geduld, viel Zuversicht – alles deutet darauf hin, dass man die entsprechenden Begriffe im Sinn einer Menge oder eines Stoffes benutzt. „Gib mir Hoffnung", „gib mir etwas von deiner Geduld" sind gängige Formulierungen, die sogar die Übertragbarkeit, einen „Strom" von Hoffnung oder Geduld metaphorisch zum Ausdruck bringen. Ein besonders schönes Beispiel, bei dem sogar die Zeit Stoffcharakter hat, stammt von *Wilhelm Busch*:

Hartnäckig weiter fließt die Zeit, die Zukunft wird Vergangenheit. Von einem großen Reservoir ins andre rieselt Jahr um Jahr.

Schließlich hat das Stoffmodell noch einen anderen Vorteil. Bisher haben wir nur über die elektrische Ladung gesprochen. Das Stoffmodell funktioniert aber auch in vielen anderen Fällen. Wir können es anwenden auf jede mengenartige oder extensive Größe; nicht nur auf die elektrische Ladung, sondern auch auf die Energie, die Masse, den Impuls und die Entropie, ja sogar den Drehimpuls.

Bei manchen dieser Größen mag man geneigt sein zu fragen: Was strömt denn dort eigentlich? Bei einem Impulsstrom zum Beispiel: Kann der Impuls wirklich strömen?

Bei anderen wird diese Frage eigenartigerweise nicht gestellt: Bei einem Energiestrom strömt einfach die Energie. Wirklich? Nein. Weder die Energie strömt, noch der Impuls, noch die elektrische Ladung oder die Masse. In jedem Fall gibt es die Strömung nur in unserem Kopf; oder besser: Wir stellen uns vor, dass eine gedachte Modellflüssigkeit strömt, mit ihr operieren wir und wir tun gut daran. ■

Literatur

[1] Douglas Hofstadter, Ich bin eine seltsame Schleife, Klett-Cotta, Stuttgart 2008, S. 211
[2] Friedrich Nietzsche, Werke IV, Aus dem Nachlass der Achtzigerjahre, Verlag Ullstein GmbH, Frankfurt 1972, S. 805

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe, E-Mail: f.herrmann@kit.edu

Die Richtung von Strömen und dessen, was strömt

M. Pohlig

Was meinen wir, wenn wir sagen, die elektrische Stromstärke habe den Wert +2A oder –2A? Ist mit dem Vorzeichen eine Richtung des elektrischen Stroms verknüpft? Wenn ja, welche? Wenn nein, was sagen die Vorzeichen? Beruht die Richtung des elektrischen Stroms auf einer Konvention?

1 Wie ist das Vorzeichen einer Stromstärke festgelegt?

Um die Stromstärke einer physikalischen Größe wie z.B. der elektrischen Ladung[1] zu veranschaulichen, greifen wir gerne auf Bilder zurück. Oft benutzen wir das Bild eines Flusses, dessen Wasser einem Flussbett folgt (vgl. dazu Abb. 1), oder wir denken an eine Flüssigkeit, die in einem Rohrsystem fließt. Wir verwenden Pfeile, um die Phänomene näher zu beschreiben. So haben die roten Pfeile in den Punkten P_1 und P_2 in Abb. 2 unterschiedliche Länge und unterschiedliche Richtung, um auszudrücken, dass die Strömung in P_2 stärker ist als in P_1 und in P_2 eine andere Richtung hat als in P_1. Welche physikalischen Größen kommen der Anschauung, die uns die Pfeile vermitteln, am nächsten? Als Antwort auf diese Frage bietet sich zunächst die elektrische Stromdichte $\vec{j}_Q$ an, denn sie ist ein Vektor und bezieht sich auf einen Punkt. Mit ihrer Hilfe wird die elektrische Stromstärke festgelegt.

$$I = \int_{\text{Fläche F}} \vec{j}_Q \cdot d\vec{f} \qquad (1)$$

Die Gleichung ist so gebildet, dass sie sich auf eine Fläche, hier F genannt, bezieht. Diese Fläche hat eine Orientierung, was man daran erkennt, dass das Flächenelement $d\vec{f}$ ein Vektor ist. Je nach Wahl der Orientierung, und bei dieser Wahl sind wir vollkommen frei, bekommt die elektrische Stromstärke ein positives oder ein negatives Vorzeichen. So sind in Abb. 2 die Flächen F_1 und F_2 so orientiert, dass die Stromstärke I_1 einen positiven und I_2 einen negativen Wert hat.

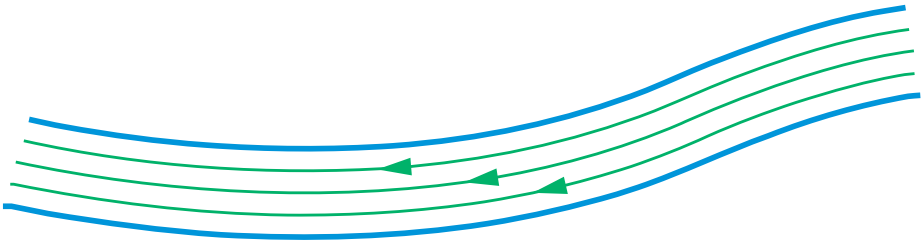


Abb. 1: Darstellung von strömenden Wasser

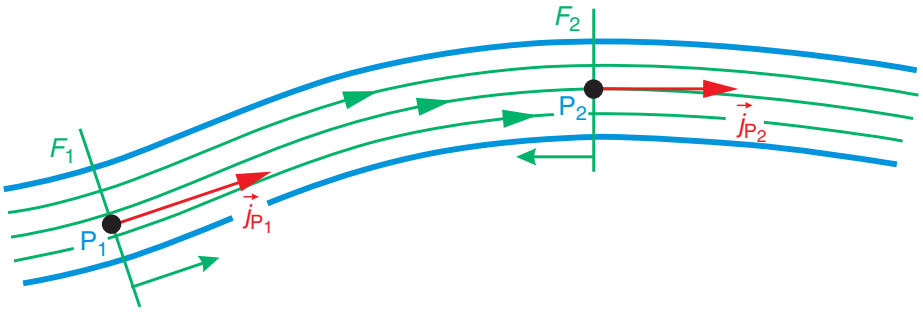


Abb. 2: Strömendes Wasser und Stromdichtevektor

$$I_1 = \int_{\text{Fläche F}_1} \vec{j}_Q \cdot d\vec{f} > 0$$

und

$$I_2 = \int_{\text{Fläche F}_2} \vec{j}_Q \cdot d\vec{f} < 0.$$

Halten wir fest: Die Stromstärke kann positive oder negative Werte annehmen; eine Richtung hat sie nicht. Dem Strom eine Richtung zu geben, macht Sinn, es ist die Richtung des Stromdichtevektors. Die Richtung eines Wasserstroms z. B. in einem Rohr festzustellen stellt anscheinend kein Problem[2] dar; schwieriger scheint es, die Richtung eines Ladungsstroms zu erkennen.

2 Die Kontinuitätsgleichung für elektrische Ladung

Wie alle Erhaltungsgrößen gehorcht auch die elektrische Ladung einer Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \rho_Q}{\partial t} + div\, \vec{j}_Q = 0.^{3,4} \qquad (2)$$

[1] *Das Strömen von elektrischer Ladung steht stellvertretend für das Strömen anderer mengenartiger Größen wie z. B. der Energie E, der Entropie S, des Impulses $\vec{p}$.*

[2] *Tatsächlich ist auch diese Frage nicht trivial. Lässt man z. B. Wasser durch ein Glasrohr fließen, erkennt man nicht, in welche Richtung das Wasser fließt. Die Richtung erschließt sich erst, wenn man z.B. erkennt, dass das Wasser von einem Behälter in einen anderen fließt, die Wassermenge des ersten Behälters also ab- und die des zweiten zunimmt. Schwebstoffe oder Luftbläschen, die im Wasser strömen, sind für die Festlegung der Strömungsrichtung nur bedingt hilfreich: Fließt z.B. Wasser langsam in einem Glasrohr von oben nach unten und ist das Wasser durch Luftbläschen „verunreinigt“, so werden diese nach oben steigen, sich also gegen die Stromrichtung des Wassers bewegen. Das hier angedeutete Verfahren für die Festlegung der Wasserstromrichtung wird im 2. Abschnitt „Kontinuitätsgleichung“ ausführlicher und allgemeiner beschrieben.*

In Worte gefasst sagt sie: Ändert sich die Dichte der elektrischen Ladung, so ist die Stelle, an der sie sich ändert, Quelle oder Senke für einen elektrischen Strom. Nimmt die Dichte an einer Stelle in der Zeit ab, gilt also

$$\frac{\partial \rho_Q}{\partial t} < 0 ,$$

so muss dort

$$div\, \vec{j}_Q > 0$$

sein, es fließt dort also Ladung ab, und umgekehrt, nimmt die Dichte an einer Stelle in der Zeit zu, gilt also

$$\frac{\partial \rho_Q}{\partial t} > 0 ,$$

so muss dort

$$div\, \vec{j}_Q < 0$$

sein, es fließt dort also Ladung hin. Die Richtung, in der elektrische Ladung strömt, erschließt sich somit aus der Theorie und unterliegt keiner Konvention[5].

Diese Überlegungen findet man bereits in *Maxwells* 2-bändigem ‚Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus': *„Sind also zwei Conductoren A und B mit Electricität so geladen, dass das Potentialniveau auf A höher ist als auf B, so muss, wenn sie durch einen Draht C miteinander verbunden werden, Electricität* (= charge im engl. Original) *von A nach B so lange übergehen, bis ihre Potentiale – was übrigens in sehr kurzer Zeit geschieht – sich ausgeglichen haben"* [2]. Ein Indiz dafür, dass *Maxwell* mit „Electricität" eine physikalische Größe und nicht einen wie auch immer gearteten Ladungsträger meint, findet sich schon zu Beginn seines Werkes: „Die electrische Erregung eines Körpers, oder seine Electricitätsmenge ist daher eine physikalische der Messung zugängliche Größe" [2]. Über die Eigenschaften dieser Größe spekuliert *Maxwell* nicht, er fordert lediglich, dass sie einer Bilanzgleichung, der integralen Form der Kontinuitätsgleichung (2), gehorcht: *„dass Electricität weder geschaffen noch vernichtet werden kann, so dass die Gesamtelectricität eines durch eine Fläche eingeschlossenen Körpersystems, nur dadurch zu vermehren oder zu vermindern ist, dass man Electrizität durch die Fläche einströmen bezüglich herausfließen lässt"* [6] [2]. Die Tatsache, dass *Maxwell* eine geschlossene Theorie der Elektrodynamik schaffen konnte, ohne Elektronen und andere Ladungsträger[7] zu kennen, sollte uns zu denken geben, vor allem, wenn wir heute so tun, als könne man die elektrische Stromstärke nur dann verstehen, wenn man in ihr die Ströme von Elektronen sieht.

Wenn wir statt von der physikalischen Größe „Ladung" von den Ladungsträgern sprechen wollen, so würden wir den von *Maxwell* beschriebenen Ladungsausgleich zwischen den beiden „Conductoren" je nach Wahl des Verbindungsmaterials verschieden beschreiben: Verwenden wir einen p-dotierten Halbleiter, so fließen die Ladungsträger (Löcher), wie die elektrische Ladung auch, von A nach B. Verwenden wir dagegen Metalle, wie z.B. Kupfer oder Aluminium, so fließen die Ladungsträger (Elektronen) entgegengesetzt zur elektrischen Ladung, also von B nach A. Schalten wir schließlich einen Elektrolyten zwischen A und B, so fließen Ladungsträger in beide Richtungen, positiv geladene Ionen von A nach B und negativ geladene Ionen von B nach A, beide tragen aber zu einem elektrischen Ladungsstrom von A nach B bei. In allen drei Fällen fließt also Ladung von A nach B.

3 Empfehlung für den Unterricht

Unterscheidet man strikt zwischen elektrischer Ladung und Ladungsträger, so gibt es zwei Stromrichtungen, die der elektrischen Ladung und die der Ladungsträger. Während elektrische Ladung von höheren zu Stellen tieferen Potenzials fließt, bewegen sich die Ladungsträger, je nach Vorzeichen ihrer Ladung, in die eine oder andere Richtung. Begriffe wie „eigentliche Stromrichtung" oder „technische Stromrichtung" werden überflüssig.

4 Stromrichtung und Vorzeichen der Stromstärke in der Mechanik

Alle Aussagen, die wir über die Richtung von elektrischen Strömen und das Vorzeichen der elektrischen Stromstärke gemacht haben, gelten analog auch für Ströme anderer mengenartiger Größen. Die Frage, ob der Wert der elektrischen Stromstärke 2 A oder –2 A ist, lautet in der Mechanik: Welche Richtung hat die Kraft in einem horizontal gespannten Seil[8]? Zeigt sie nach rechts, oder zeigt sie nach links? Hat also $\vec{F}_x$, die *x*-Komponente der Kraft, einen positiven oder einen negativen Wert? Sieht man in der Kraft $\vec{F}_x$ die Impulsstromstärke, so heißt die Frage: Hat die Impulsstromstärke einen positiven oder einen negativen Wert? Sie lässt sich auf die gleiche Weise beantworten wie die Frage, ob die elektrische Stromstärke den Wert 2 A oder –2 A hat. Wie die elektrische Stromstärke bezieht sich auch die Impulsstromstärke auf eine Fläche und es gilt:

$$\vec{F}_x = \int_{\text{Fläche A}} \vec{j}_{p_x}\, d\vec{a}.$$

Je nach Orientierung der Fläche durch das gespannte Seil ist $\vec{F}_x > 0$ oder $\vec{F}_x < 0$. Ob die Kraft nach rechts oder links zeigt, hängt allein von der Orientierung der gewählten Schnittfläche ab. ■

Literatur

[1] F. Herrmann; Die konventionelle Stromrichtung; Altlasten der Physik; Aulis Verlag; ISBN 3-7614-2443-4; 2002, S. 145
[2] J. C. Maxwell; Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus, Band I; Berlin Springer; 1883. S. 371 S.38f.

Anschrift des Verfassers

StD Michael Pohlig, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe, E-Mail: pohlig@kit.edu

[3] *In integraler Form hat Gleichung (2) die Gestalt dQ/dt + I = 0 (*) und wird oft als Bilanzgleichung für die elektrische Ladung bezeichnet; sie sagt: Ändert sich in einem bestimmten Raumbereich der Wert der elektrischen Ladung, so geschieht das nur durch einen elektrischen Strom durch die Fläche, die den benannten Raumbereich umschließt. Dass die Bilanzgleichung oft auch in der Form dQ/dt = I geschrieben wird und dies nicht im Widerspruch zu (*) steht, sollte nicht verwundern, wo doch das Vorzeichen von I von der Wahl der Orientierung der den Raumbereich begrenzenden Fläche abhängt.*

[4] *Für die Entropie gilt eine entsprechende Kontinuitätsgleichung, solange es sich um reversible Prozesse handelt. Bei nicht reversiblen Prozessen wird die Null auf der rechten Seite durch einen sog. Erzeugungsterm ersetzt.*

[5] *Ein Rest an Konvention besteht in der Festlegung dessen, was man eine positive Ladung nennen möchte.*

[6] *Da auch andere Größen, wie z. B. die Energie, die Kontinuitätsgleichung erfüllen, fügt Maxwell als Unterscheidungsmerkmal an: „Electricität ist eben nur einer der beiden Faktoren der Energie, der zweite Faktor ist das Potenzial." [2]*

[7] *Diskutiert wurde zur Zeit Maxwells eine sogenannte Fluidentheorie.*

[8] *Wir legen die x-Richtung durch die Richtung des gespannten Seils fest.*

Zur Geschichte des Entropiestroms

M. Pohlig

The long and winding road
that leads to your door
(Lennon-McCartney)

Zu jeder extensiven oder mengenartigen Größe kann man eine Dichte und einen Strom mit dazugehöriger Stromstärke und Stromdichte angeben. Von einer solchen Größe machen wir uns ein anschauliches Bild, wenn wir sie uns wie einen Stoff vorstellen. Ihn können wir irgendwo anhäufen, im Raum verteilen, von einem zu einem anderen Ort transportieren oder strömen lassen. Einige der extensiven Größen genügen einem Erhaltungssatz, andere wiederum lassen sich erzeugen und vernichten, vergleichbar dem Geld, das der Staat „drucken" lässt, oder das sich an der Börse zuweilen in nichts auflöst. Physikalische Größen, über die wir so reden dürfen, erfüllen eine lokale Kontinuitätsgleichung (siehe dazu *F. Herrmann* in diesem Heft: Kraft und Impulsstrom):

$$\frac{\partial \rho_x}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_x = \sigma_x . \qquad (1)$$

Weisen wir von einer physikalischen Größe X nach, dass sie Gleichung (1) erfüllt, so dürfen wir über diese Größe wie über einen Stoff reden. Oder anders ausgedrückt: Sind wir von der Mengenartigkeit einer Größe überzeugt, so muss sich die dazugehörige Kontinuitätsgleichung finden lassen.

Entropie ist eine solche Größe, die einer Kontinuitätsgleichung[1] genügt. Auch sie können wir uns wie einen Stoff vorstellen, den man anhäufen, verteilen und strömen lassen kann. Sie kann erzeugt, aber nicht vernichtet werden. Für die Physik standen diese Erkenntnisse allerdings erst am Ende eines langen und gewundenen Weges.

Dabei fing es ganz hoffnungsvoll an. Sie, die Entropie, wurde bereits von *J. Black* (1728 – 1799) unter dem Namen *quantity of heat* erfunden und später von *S. Carnot* (1796 – 1832) unter dem Namen *calorique* erneut geschaffen.[2] Über ihre Mengenartigkeit und die damit verbundenen Anschauungen gab es von Anfang an keinen Zweifel.

Black schreibt in seinen *Lectures on the elements of chemistry*: „Wenn wir z. B. ein Pfund Wasser in einem Gefäß haben und zwei Pfund Wasser in einem anderen, und beide Wassermengen gleich heiß sind, was man mit einem Thermometer nachweist, dann ist offensichtlich, dass die zwei Pfund Wasser die doppelte ‚Menge an Wärme' (original: *quantity of heat*) enthalten müssen wie ein Pfund.' [2]. Dieses Zitat macht den Mengencharakter der Entropie sehr deutlich. Vermutlich war es aber gerade der Mengencharakter und damit verbunden die Vorstellung der *quantity of heat* als Stoff, die *Blacks* Vorstellung den Weg zum Erfolg verstellte. Vorgänge, die wir heute irreversibel nennen, waren nämlich damals schon bekannt. Die mit einem irreversiblen Vorgang verbundene Erzeugung einer *quantity of heat* zu akzeptieren, war kaum möglich, die psychologische Barriere vermutlich zu hoch; denn für ein *creatio ex nihilo* war nur Gott zuständig [3].

Runde 20 Jahre später schreibt *Carnot* in seinen Betrachtungen über die bewegende Kraft des Feuers: *„Der in der Feuerung durch Verbrennung entwickelte Wärmestoff (calorique) durchdringt die Wände des Kessels und erzeugt den Dampf, indem er sich sozusagen demselben einverleibt. Dieser nimmt ihn mit sich, führt ihn zum Cylinder …"* [4]. Wenn man in diesem Zitat den Begriff *calorique* durch den der Entropie ersetzt, zeigen sich schon wichtige Eigenschaften eben der Entropie: Sie kann „durch Verbrennung entwickelt" (= erzeugt) werden, sie kann konduktiv strömen, denn sie „durchdringt die Wände des Kessels", sie kann konvektiv strömen, denn der erzeugte Dampf enthält die Entropie und „nimmt sie mit sich". An einer anderen Stelle spricht *Carnot* von: „seinem (gemeint ist der Wärmestoff, also *calorique*) Übergang von einem heißen Körper zu einem kalten". Schöner ist die Stelle im französischen Original: „son transport d'un corps chaud à un corps froid". [5] Das Strömen des calorique (= Entropie) kommt im Wort *transport* viel deutlicher zum Ausdruck als im Wort Übergang in der deutschen Übersetzung. Die Anschaulichkeit der Entropie, wie sie *Carnot* mit seinem calorique vermittelt, veranlasste *Callendar*, der zum ersten Mal die Identität von *Carnots* calorique und der Entropie nachwies, zu seinem euphorischen Ausspruch, Entropie könne so vermittelt werden, „dass sie jeder Schuljunge verstehen kann" [6].

Mit der Einführung der Energie durch *Joule* (1814 – 1889) und *Mayer* (1814 – 1878) bekam das Wort Wärme eine andere Bedeutung, sie wurde zu einer Energieaustauschform, zur Wärmeenergie [3]. Selbstverständlich werden viele Aussagen *Carnots* falsch, setzt man seine *calorique* mit der Energieaustauschform Wärme gleich.[3,4]

Schließlich erfand *Clausius* die Entropie – eigentlich müsste man sagen, erfand er sie erneut:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{\mathrm{rev}}}{T} \qquad (2)$$

Allerdings lässt seine Definition den Mengencharakter der Black'schen bzw. Carnot'schen Entropie nicht mehr so leicht erkennen. Gleichung (2) macht ist es schwer, sich eine Entropiedichte und ein Entropiestrom vorzustellen. Auf den endgültigen Nachweis, dass die so definierte Entropie eine extensive, also mengenartige Größe ist, dass sie eine Kontinuitätsgleichung erfüllt, musste die Physik bis 1911 warten.

[1] *Dabei erfüllt die Entropie einen „halben" Erhaltungssatz, sie kann erzeugt, aber nicht vernichtet werden, σ_S ist größer Null und gleich Null bei reversiblen Prozessen.*

[2] *„Entgegen weitverbreiteter Lehrmeinung handelt es bei der durch Clausius eingeführten Entropie keineswegs um eine neue Größe der Physik, sondern um die Rekonstruktion einer viel älteren Größe, nämlich der hundert Jahre früher von dem schottischen Chemiker Black konzipierten 'quantity of heat'. Dieselbe Größe benutzte Carnot [1824] unter dem Namen 'calorique' in seiner berühmten Abhandlung, in der er die Grundlagen der Thermodynamik entwickelte." [1]*

[3] *Callendar schreibt 1911: "Die calorische Theorie der Wärme ist jetzt schon so lange vergessen, dass sie kaum noch erwähnt wird, es sei denn als Beispiel für ursprüngliche Unwissenheit; aber sie war überhaupt nicht so unlogisch, wie sie im allgemeinen dargestellt wird." [6]*

[4] *Dass Clausius Carnots ‚calorique' als Energieform missverstand, zeigt seine Kritik an Carnot: „Carnot hat, wie schon erwähnt wurde, angenommen, dass der Erzeugung von Arbeit als Äquivalent ein blosser Übergang von Wärme aus einem warmen in einen kalten Körper entspreche, ohne dass die Quantität der Wärme dabei verringert werde. Der letzte Teil dieser Annahme, nämlich dass die Quantität der Wärme unverringert bleibe, widerspricht unserem früheren Grundsatze und muss daher, wenn wir diesen festhalten wollen, verworfen werden." [7]*

Abb. 1: *Sadi Carnot* (1769 - 1832)

Abb. 2: *Erwin Lohr* (1880 - 1951)

Max Päsler, der die *Vorlesungen über Thermodynamik* von *Max Planck* [8] um das Kapitel Bemerkungen zur Thermodynamik irreversibler Prozesse erweiterte, würdigte in diesem Kapitel *Gustav Jaumann* (1863–1924), einen Schüler *Ernst Machs*, der 1911 die „Begriffe Entropieerzeugung und Entropiestrom in klarer Weise verwendet" [9] und die „Entropiebilanzgleichung", also die Kontinuitätsgleichung, nachwies. *Jaumanns* Schüler *Erwin Lohr* (1880-1951) schrieb sie in etwas leichter lesbarer Form:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{S} - F = 0, \qquad (3)$$

„wo S die Entropie pro Volumeneinheit, $\mathfrak{S}$ Entropiefluss pro Flächen- und Zeiteinheit und F eine positive Funktion bedeuten"[10]. Mit den heute verwendeten Symbolen hat Gleichung (3) die Gestalt

$$\frac{\partial \rho_S}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_S = \sigma_S. \qquad (4)$$

Dabei muss $\sigma_S > 0$ sein. Mit der Gültigkeit der Gleichung (4) gewinnt die Entropie ihre verloren gegangene Anschaulichkeit wieder zurück. Wir dürfen sie so lesen: Nimmt die Dichte der Entropie an einer Stelle ab, dann strömt Entropie von der Stelle weg, nimmt die Dichte zu, dann strömt Entropie zur eben dieser Stelle hin oder wird an dieser Stelle erzeugt.

Bleibt noch die Frage, wie man sich einen Entropiestrom durch einen Festkörper vorstellen kann. In der Elektrizitätslehre unterscheiden wir Ladungsstrom und Ladungsträgerstrom. Gibt es so etwas wie einen Entropieträgerstrom in einen Festkörper? *S. Simons* bejaht diese Frage und weist für anisotrope Medien nach, dass Phononen die Rolle des Entropieträgers übernehmen. Den Zusammenhang zwischen Entropie und Entropieträger leitet er her und findet [11]:

$$\vec{j}_E = T \rho_S \vec{v}_D. \qquad (5)$$

Dabei bedeuten $\vec{j}_E$ Energiestromdichte, T die absolute Temperatur, ρ_S die Entropiedichte und $\vec{v}_D$ die Driftgeschwindigkeit der Phononen. In der Elektrizitätslehre kennen wir eine analoge Gleichung:

$$\vec{j}_E = \varphi \rho_Q \vec{v}_D. \qquad (6)$$

Dabei steht $\vec{j}_E$ wieder für die Energiestromdichte, φ für elektrisches Potenzial, ρ_Q für Ladungsdichte und $\vec{v}_D$ für die Driftgeschwindigkeit von Ladungsträgern, wie Elektronen, Ionen oder Löchern. Fasst man in Gleichung (6) die beiden letzten Faktoren mit $\rho_Q \vec{v}_D = \vec{j}_Q$ zur elektrischen Stromdichte zusammen, so bekommt Gleichung (6) die bekannte Form

$$\vec{j}_E = \varphi \vec{j}_Q.$$

Analog fasst man auch in Gleichung (5) die beiden letzten Faktoren mit $\rho_S \vec{v}_D = \vec{j}_S$ zur Entropiestromdichte zusammen. Wir erhalten

$$\vec{j}_E = T \vec{j}_S.$$

Der Entropiestrom durch einen Festkörper gewinnt so die gleiche Anschaulichkeit wie etwa der elektrische Strom durch einen elektrischen Leiter. ■

Literatur

[1] G. Falk: Entropy, a resurrection of caloric – a look at the history of thermodynamics. Eur. J. Phys. 6 (1985)

[2] J. Black: Lectures on the Elements of Chemistry. J. Robinson ed. Edingburgh (1803)

[3] Pohlig: Drei Chancen für die Entropie. PdN-PhiS 6/59 (2010)

[4] S. Carnot: Betrachtungen über die bewegende Kraft des Feuers. Übersetzt und herausgegeben von W. Oswald. Oswalds Klassiker Band 37 (Reprint der Bände 37, 180 und 99). 2003

[5] S. Carnot : Réflexions sur la puissance motrice du feu. Bachelier. Paris. (1824)

[6] H. L. Callendar: The Caloric Theory of Heat and Carnot's Principle. Proc. Phys. Soc. London, 23, 153. (1911).

[7] R. Clausius: Über die bewegende Kraft der Wärme. Oswalds Klassiker Band 37 Reprint der Bände 37, 180, 99. 2003

[8] M. Planck: Vorlesungen über Thermodynamik, 11. Auflage. Walter de Gryter & Co. Berlin (1964) S. 304

[9] G. Jaumann: Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, Naturw. Klasse, Abt. II A 120 (1911), 385

[10] E. Lohr: Denkschr. Akad. Wiss. Wien, Naturw. Klasse 93 (1917), 339 – 420

[11] S. Simons: The relation between the heat current and the phonon drift velocity. Am. J. Phys. 51 (5), May 1983

Anschrift des Verfassers

StD Michael Pohlig, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe, E-Mail: pohlig@kit.edu

Energie und Energieträgerströme

K. Schneider

Teilbereiche der klassischen Physik wie Mechanik, Elektrizitätslehre oder Wärmelehre werden oft unabhängig voneinander unterrichtet. Ein verbindendes Element zur Verknüpfung dieser Themengebiete fehlt und die Gemeinsamkeiten werden oftmals nicht oder nur ungenügend thematisiert.

In diesem Artikel soll dargestellt werden, wie die Analogie des mengenartigen Charakters von extensiven Größen genutzt werden kann, um eine Verbindung der Teilbereiche und somit ein leichteres Verständnis zu erzielen.

Man kann sich eine mengenartige Größe leicht als eine Art „Stoff“ oder „Fluidum“ vorstellen. Betrachtet man nun solch eine mengenartige Größe X im Inneren eines Raumbereichs (Abb. 1), so kann sich der Wert dieser Größe dadurch ändern, dass ein Zu- oder Wegstrom dieser Größe durch die Oberfläche des Bereichs stattfindet oder dass der Stoff erzeugt oder vernichtet wird. Der Term für die Erzeugungsrate ist für manche mengenartige Größen innerhalb eines geschlossenen Systems immer gleich null. Diese Größen nennt man Erhaltungsgrößen.

Beispiele für mengenartige Größen sind die Energie E, die Ladung Q, die Entropie S, der Impuls $\vec{p}$, der Drehimpuls $\vec{L}$, die Masse m und die Stoffmenge n. Hierbei sieht man schnell am Beispiel der Entropie, die zwar nicht vernichtet aber doch erzeugt werden kann, dass der Begriff der mengenartigen Größe umfassender ist als der Begriff der Erhaltung und dass auch vektorielle Größen wie Impuls und Drehimpuls mengenartigen Charakter haben können.

Die Merkmale mengenartiger Größen (Kasten 1) machen es möglich die Umgangssprache bei der Beschreibung physikalischer Vorgänge zu verwenden. Gewöhnlich muss man zu den physikalischen Größen immer auch die richtigen Verben und Präpositionen dazulernen. „Arbeit wird verrichtet“, „Spannung liegt an“, „Eine Kraft wird auf einen Körper ausgeübt“, ...

Spricht man aber von einer physikalischen Größe wie von einem Stoff, kann man viele aus dem Alltag vertraute Redewendungen (Kasten 2) verwenden.

Das Stoffmodell hilft noch weiter. Zu jeder mengenartigen Größe gehört ein

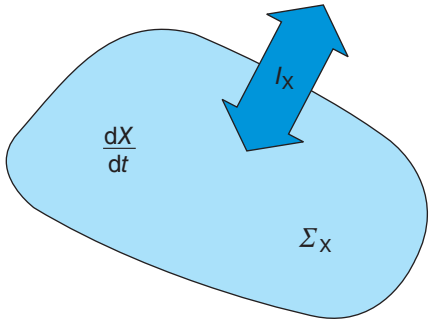


Abb. 1: Veranschaulichung der Kontinuitätsgleichung

Merkmale mengenartiger Größen

- *Der Wert einer mengenartigen Größe bezieht sich auf ein Raumgebiet.*
- *Zu jeder mengenartigen Größe gehört eine andere Größe, die man als Stromstärke interpretieren kann.*
- *Mengenartige Größen sind additiv.*
- *Die Stromstärken sind additiv.*

Kasten 1: Merkmale mengenartiger Größen

Redewendungen

... X wird irgendwo angehäuft... steckt in ...
... viel X ... wenig X... mit X beladen ... kein X
... X wird verteilt ... X fließt rein ... fließt raus, fließt durch
... verliert X... aufnehmen ... auffangen ... X wird angehäuft
... X wird verdünnt ... versickert
... in einem Körper ist X enthalten ...
... X geht von A nach B ...
... ein Körper hat an der Stelle ... X
... X ist in einem Körper...
... X verlässt einen Körper...
... X geht in einen Körper...

X kann hierbei sein:
Energie, Entropie, Impuls, elektrische Ladung, Drehimpuls, Masse, Stoffmenge ...

Kasten 2: Mögliche Redewendungen unter Verwendung des Stoffmodells

Strom, zu dem eine einheitliche Formel für die Energiestromstärke formuliert werden kann (Tab. 1). Der Strom der mengenartigen Größe wird hier modellhaft als Trägerstrom betrachtet, der die Energie mit sich führt. Die Differenz der intensiven Größen wird als Antrieb für die Stromstärke gedeutet. Die Energiestromstärke ist proportional zur Stärke des Trägerstroms und zur Differenz der intensiven Größe. Dies gilt für viele Teilbereiche der Physik und kann im Folgenden einfach auf andere übertragen werden.

Die Vorstellung, dass Energie immer mit einem Energieträger fließt, kann durch Energieflussbilder verdeutlicht werden (Abb. 2). Fließt die Energie zum Beispiel auf dem Träger Elektrizität zur Elektroheizung, so kann umso mehr Energie auf den Träger Entropie umgeladen werden, je größer die Differenz der elektrischen Potenziale zwischen Ein- und Ausgang der Elektroheizung ist. Betrachtet man das Gegenstück zur Elektroheizung, d.h., vertauscht man die Energieträger von Eingang und Ausgang des Energieumladers, so ergibt

Teilgebiet	Extensive Größe	Stromstärke	Intensive Größe	Energie	Energiestrom
E-Lehre	Q	I	φ	E	$P = (\varphi_2 - \varphi_1)\, I$
Thermodynamik	S	I_S	T	E	$P = (T_2 - T_1)\, I_S$
Translationsmechanik	p	F	v	E	$P = (v_2 - v_1)\, F$
Rotationsmechanik	L	M	ω	E	$P = (\omega_2 - \omega_1)\, M$
Chemie	n	I_n	μ	E	$P = (\mu_2 - \mu_1)\, I_n$
Gravitation	m	I_m	ψ	E	$P = (\psi_2 - \psi_1)\, I_m$

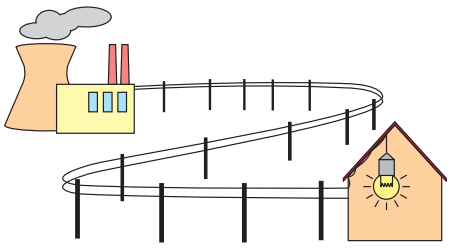
Tab. 1: Energiestrom und Energieträgerstrom

Abb. 2: Energieumladerbild einer Elektroheizung

Abb. 3: Energieumladerbild eines Wärmekraftwerkes

sich ein Wärmekraftwerk (Abb. 3). Auch hier ist der Unterschied der intensiven Größe als Antrieb zu interpretieren. Je größer der Temperaturunterschied zwischen dem Entropiestrom am Eingang und dem Entropiestrom am Ausgang ist, desto mehr Energie kann auf den Träger Elektrizität umgeladen werden. Dies macht deutlich, wie wichtig die Kühlung bei einem Wärmekraftwerk ist.

Energieflussbilder können dazu dienen, die Formeln für die Energiestromstärken zu veranschaulichen. Sie verbinden aber auch lebensnahe Darstellungen über symbolische Elemente mit der Fachsprache (Abb. 4). Zudem sind sie ausbaufähig. Von der Darstellung des Energieflusses von Quelle zu Empfänger über Umladerbilder und Umladerketten (Abb. 5) bis hin zur Darstellung von „Energieverlusten“ können auch die verschiedenen Arten von Energieträgern dargestellt werden. Man spricht von „Pfandflaschen-Energieträgern“ wie Elektrizität und Drehimpuls, die



Energie strömt zusammen mit Elektrizität vom Kraftwerk (Quelle) zur Glühlampe im Haus (Empfänger)

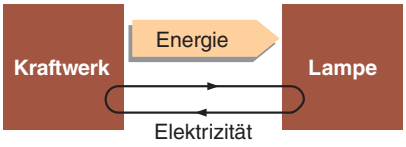


Abb. 4: Lebensnahe, symbolische Darstellung und Fachsprache

mit hin- und rückführenden Pfeilen dargestellt werden oder von „Einweg-Energieträgern“ wie Licht und Entropie, die durch einfache Pfeile dargestellt werden.

Bei all den Vorteilen dieses Trägerbilds darf man allerdings nie vergessen, dass es sich um ein Modell handelt. Wie alle Modelle hat auch dieses seine Grenzen. So stößt man auf Probleme, wenn man versucht, den Energieträger beim Transport der Energie von der Sonne zur Erde zu benennen. Welcher Teil des Lichts ist für den Energietransport verantwortlich? Die Entropie, der Impuls, der Spin ...

Ist man sich der Limitierungen dieser Methode bewusst, bietet sich jedoch eine hervorragende Grundlage für den Umgang und das Verständnis physikalischer Vorgänge. ■

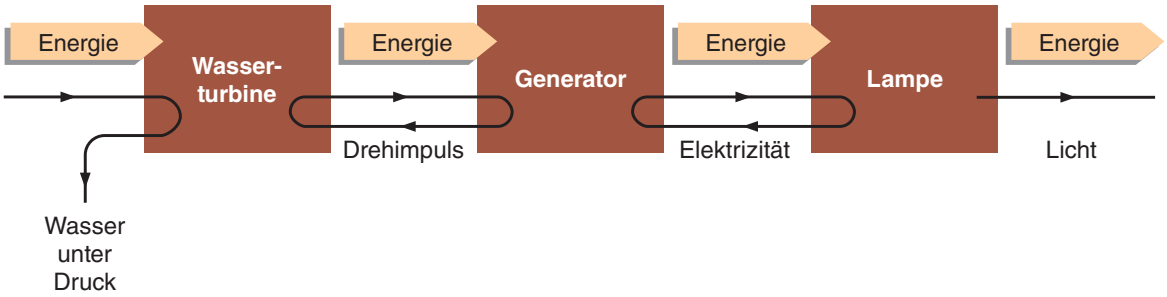
Literatur

[1] F. Herrmann: Der Karlsruher Physikkurs – Energie, Impuls, Entropie, 9. Auflage, Aulis-Verlag (2010)

Anschrift der Verfasserin

Karin Schneider, Waldschule Degerloch, Georgiiweg 1, 70597 Stuttgart, E-Mail: karin.schneider@waldschule-degerloch.de

Abb. 5: Energieumladerkette



Konduktive und konvektive Ströme

P. Schmälzle

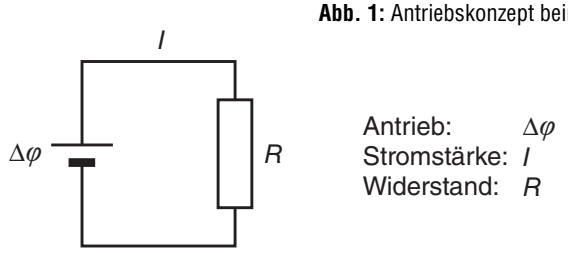
1 Hilfreiche Analogien

Energieübertragungen lassen sich mithilfe mengenartiger Größen und der zugehörigen intensiven Größen einheitlich beschreiben. Darauf geht *K. Schneider* im Aufsatz „Energieströme und Energieträgerströme“ in diesem Heft genauer ein. Durch diese einheitliche Beschreibung lassen sich im Unterricht Analogien zwischen Energieübertragungen in der Mechanik, der Elektrizitätslehre und der Wärmelehre ausnutzen. Im vorliegenden Aufsatz wird gezeigt, dass eine genauere Betrachtung der Ströme mengenartiger Größen weitere Analogien ermöglicht. Die Ströme der für die drei genannten Teilgebiete der Physik charakteristischen mengenartigen Größen Impuls, elektrische Ladung und Entropie weisen Übereinstimmungen auf, die im Unterricht gewinnbringend thematisiert werden können.

2 Konduktive Ströme

In der Elektrizitätslehre wird bei der Behandlung elektrischer Stromkreise aus didaktischen Gründen meist die anschauliche Vorstellung von Antrieb und Widerstand verwendet. In einem aus Batterie, Zuleitungen und ohmschem Widerstand bestehenden einfachen elektrischen Stromkreis wird die Potenzialdifferenz (Spannung) zwischen den Anschlüssen der Batterie als Antrieb für den Ladungsstrom in der Anordnung angesehen, Abb. 1.

Abb. 1: Antriebskonzept beim einfachen elektrischen Stromkreis



Im Gegensatz zu den idealisierten Leitungen einer Schaltskizze setzt eine normale Leitung der hindurchfließenden elektrischen Ladung einen Widerstand entgegen. Dies hat ein Potenzialgefälle entlang der Leitung zur Folge. Die anschauliche Antriebsvorstellung lässt sich in diesem Fall lokal anwenden. Dazu betrachten wir eine Querschnittfläche der Leitung. Der Ladungsstrom durch diese Fläche lässt sich durch die Stromdichte $\vec{j}_Q$ beschreiben, Abb. 2. Die Ladungsstromdichte ist mit der elektrischen Feldstärke und damit mit dem Gradienten des elektrischen Potenzials verknüpft, der sich als lokaler Antrieb für den Ladungsstrom deuten lässt:

$$\vec{j}_Q = -\sigma_Q \,\mathrm{grad}\,\varphi.$$

Wie groß die Ladungsstromdichte ist, die dabei zu einem bestimmten Wert des Gradienten des elektrischen Potenzials gehört, hängt von der Leitfähigkeit σ_Q des Leitungsmaterials ab.

Zu diesem in der Elektrizitätslehre vertrauten „Leitungsstrom“ findet man in der Wärmelehre und der Mechanik Entsprechungen. Wenn sich die beiden Enden eines Metallstabs auf unterschiedlichen Temperaturen befinden, so hat das einen Entropiestrom durch den Metallstab zur Folge. Dabei strömt Entropie von Stellen höherer Temperatur zu Stellen geringerer Temperatur. Lokal lässt sich dieser Entropiestrom beschreiben durch:

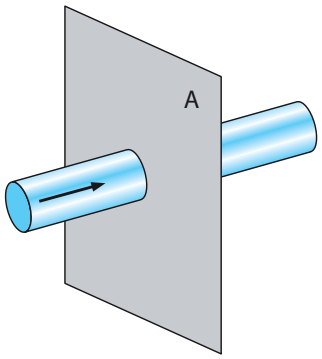
$$\vec{j}_S = -\sigma_S \,\mathrm{grad}\,T.$$

Dabei ist $\vec{j}_S$ die Entropiestromdichte, T die absolute Temperatur und σ_S die Entropieleitfähigkeit des Materials. Entropieströme, die sich auf diese Weise beschreiben lassen, sind im Alltag weit verbreitet. In jedem Heizkörper strömt Entropie auf die beschriebene Weise vom Innern des Heizkörpers an die Oberfläche.

In der Mechanik lassen sich Abbremsvorgänge entsprechend beschreiben. Als Beispiel betrachten wir einen Holzklotz, der mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v > 0$ über eine ruhende Unterlage gleitet, Abb. 3. Durch Reibung gibt der Holzklotz seinen Impuls nach und nach an die Unterlage und damit an die Erde ab. Solange ein Geschwindigkeitsunterschied zwischen Holzklotz und Unterlage besteht, stellt dieser einen Antrieb für einen Impulsstrom vom Holzklotz in die Erde dar.

Wir nehmen nun an, die Unterseite des Holzquaders sei durch eine Flüssigkeitsschicht von der festen Unterlage getrennt. Die dabei vorliegende viskose Reibung lässt sich ganz analog beschreiben wie das elektrische Widerstandsverhalten eines ohmschen Leiters. Der Proportionalität zwischen Potenzialdifferenz (Spannung) und elektrischer Stromstärke entspricht in dem mechanischen Analogon die Proportionalität zwischen Geschwindigkeitsdifferenz und Impulsstromstärke (Reibungskraft). Bezeichnet man die Bewegungsrichtung des Holzklotzes als x-Richtung, so fließt bei dem Abbremsvorgang x-Impuls aus dem Holzklotz. Dieser Impulsstrom lässt sich lokal beschreiben durch:

Abb. 2: Ladungsstrom durch eine Querschnittsfläche A



$$\vec{j}_{p_x} = -\sigma_{p_x} \,\mathrm{grad}\,v.$$

Dabei ist $\vec{j}_{p_x}$ die x-Impulsstromdichte, v die Geschwindigkeit des Klotzes in x-Richtung und σ_x kann als Leitfähigkeit der Flüssigkeitsschicht für x-Impuls gedeutet werden. Diese Impulsleitfähigkeit stimmt mit der Viskosität der Flüssigkeit überein. Je größer die Viskosität ist, desto stärker ist die Reibung und damit die Impulsleitfähigkeit.

Die drei aufgezeigten Beispiele weisen mehrere Gemeinsamkeiten auf:

- In allen drei Fällen strömt eine mengenartige Größe aufgrund eines lokalen Antriebs.
- In allen drei Fällen ist eine „leitende Verbindung“ vorhanden.
- In allen drei Fällen ist der Vorgang dissipativ; d. h., es handelt sich um einen irreversiblen Vorgang mit Entropieerzeugung.

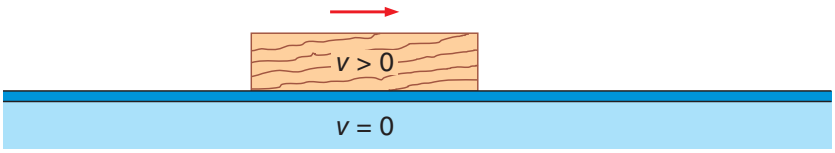


Abb. 3: Ein Holzklotz gleitet auf einer ruhenden Unterlage nach rechts.

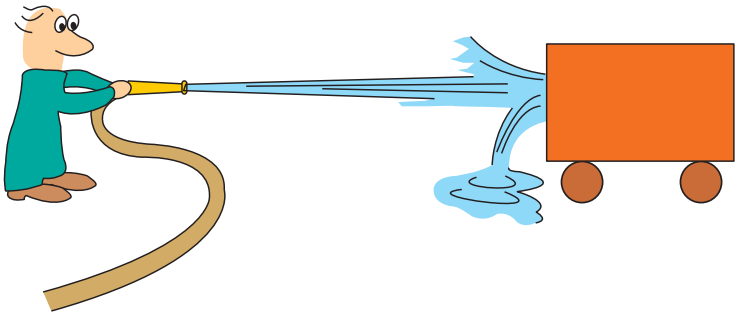


Abb. 4: Impuls wird vom Wasser mitgenommen und setzt den Wagen in Bewegung.

Will man das Gemeinsame dieser Ströme hervorheben, so kann man derartigen Strömen einen Namen geben und sie konduktive Ströme nennen.

Im Alltag finden sich weitere Beispiele konduktiver Ströme. So lassen sich Diffusionsvorgänge auf dieselbe Art beschreiben. Dabei handelt es sich um Stoffmengenströme, die aufgrund eines Konzentrationsgefälles strömen. Dieses Konzentrationsgefälle geht einher mit einer Differenz des chemischen Potenzials. Lokal kann somit der Gradient des chemischen Potenzials ein Antrieb für den bei einem Diffusionsvorgang auftretenden Stoffmengenstrom angesehen werden.

Ein konduktiver Stoffmengenstrom liegt auch vor, wenn beispielsweise Öl oder Gas durch eine Pipeline gepumpt werden. Aufgrund des Widerstandes, den die Leitungen der strömenden Substanz entgegensetzen, erfordert ein derartiger Strom ein Druckgefälle entlang der Leitung. Da das chemische Potenzial eine druckabhängige Größe ist, gehört zu dieser Druckdifferenz eine Differenz des chemischen Potenzials entlang der Leitung. Damit kann auch in diesen Fällen ein Gradient des chemischen Potenzials als Antrieb für den Stoffmengenstrom angesehen werden.

3 Konvektive Ströme

Neben diesen konduktiven Strömen treten bei Vorgängen in der Elektrizitätslehre, der Wärmelehre und der Mechanik auch Ströme auf, die sich einheitlich als konvektive Ströme beschreiben lassen. Dabei handelt es sich um Ströme mengenartiger Größen, bei denen keine Differenz der zugehörigen intensiven Größe vorliegt, die als Antrieb aufgefasst werden könnte. Vielmehr handelt es sich dabei um Ströme, bei denen die übertragene mengenartige Größe von einem Materiestrom mitgenommen wird. Üblicherweise ist von Konvektion im Physikunterricht nur im Zusammenhang mit Wärmeübertragungen die Rede. Dabei wird Konvektion als eine der drei Möglichkeiten des Wärmetransports angesehen – wobei leicht der Eindruck entsteht, dass es sich bei diesen drei Möglichkeiten um eine Klasseneinteilung aller Wärmetransporte handelt [1]. Konvektion kann viel allgemeiner behandelt werden. Auch Ladungs-, Entropie-, Stoffmengen- und Impulsströme lassen sich konvektiv realisieren.

Ein konvektiver Ladungstransport findet beispielsweise in einem Bandgenerator statt. Bei der Ladungstrennung mithilfe eines Bandgenerators werden Ladungsträger von dem Band des Generators mit genommen. Bei einem auf diese Weise realisierten Ladungsstrom fließt die elektrische Ladung übrigens entgegengesetzt zu der Richtung, die durch den Antrieb $\vec{E} = -\text{grad}\,\varphi$ vorgegeben ist.

Konvektive Entropieströme treten sowohl in vielen technischen Geräten auf als auch bei natürlichen Vorgängen, die in der Erdatmosphäre oder den Ozeanen stattfinden und von großer Bedeutung für unser Klima sind. Bei jeder Zentralheizung wird Entropie mithilfe von strömendem Wasser von einem Heizkessel zu den Heizkörpern gebracht. Bei jedem Auto wird mithilfe der Kühlflüssigkeit Entropie vom Motor zum Kühler transportiert. In der Atmosphäre wird Entropie von strömender Luft mitgenommen und durch Meeresströmungen wird Entropie konvektiv über große Distanzen transportiert.

Konvektive Stoffmengenströme sind in unserem Alltag auch weit verbreitet. Sie liegen beispielsweise dann vor, wenn Erdöl in einem Tanker oder Benzin in einem Tanklastwagen transportiert werden.

Auch Impulsübertragungen lassen sich konvektiv realisieren. Da Materie Masse besitzt, stellt jede sich bewegende Materieportion einen Impulsstrom dar. Offensichtlich wird das immer dann, wenn damit eine Impulsanhäufung verbunden ist. Das trifft beispielsweise für die Impulsübertragung mithilfe eines Wasserstrahls zu, Abb. 4. Es gilt ebenso für den Antrieb einer Rakete, der durch den Rückstoß der austretenden Verbrennungsgase realisiert wird.

Eine Besonderheit konvektiver Ströme ist, dass sie sich durch Wahl eines geeigneten Bezugssystems wegtransformieren lassen. Wählt man das Bezugssystem so, dass die Geschwindigkeit der strömenden Materie darin den Wert null annimmt, so findet auch keine Strömung der mengenartigen Größe mehr statt. Ein Ladungsstrom in einer elektrischen Leitung lässt sich dagegen durch Wechsel des Bezugssystems nicht wegtransformieren. Und auch konduktive Impulsströme lassen sich durch Wechsel des Bezugssystems nicht zum Verschwinden bringen.

4 Weitere Ströme

Zum Abschluss sei darauf hingewiesen, dass es sich bei der Unterscheidung zwischen konduktiven und konvektiven Strömen nicht um eine Klasseneinteilung der Gesamtheit aller Ströme handelt. Es ist keinesfalls so, dass sich ein beliebiger Strom einer mengenartigen Größe entweder als konduktiver oder als konvektiver Strom einordnen lässt. So gehören die in diesem Heft von *F. Herrmann* beschriebenen „Supraströme“ weder zu den konduktiven noch zu den konvektiven Strömen. Auch der Ladungsstrom, der in einer Vakuumröhre durch einen Elektronenstrahl realisiert wird, lässt sich weder als konduktiver noch als konvektiver Strom einordnen. ■

Literatur

[1] Drei Arten des Wärmetransports, Beitrag 103 der Reihe Altlasten der Physik (103), Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule, Heft 2/57, März 2008, S. 48

Anschrift des Verfassers

Dr. Peter Schmälzle, Staatliches Seminar für Didaktik und Lehrerbildung (Gym) Karlsruhe, Jahnstraße 4, 76133 Karlsruhe, E-Mail: p_schmaelzle@web.de

Gekoppelte Ströme

H. M. Strauch

1 Feste Kopplung zwischen Strömen

Jeder Strom, der durch einen Widerstand behindert wird, braucht einen Antrieb. Bei einem Strom von Ladungsträgern haben wir ein ganzes Bündel von physikalischen Größen, die zusammen „strömen“: Ladung, Stoffmenge, Drehimpuls, Entropie etc. Wie steht es hier mit dem Antrieb?

Ein Stoffstrom von Ladungsträgern, der in einer Leitung fließt, kann

- durch ein Gefälle $\Delta\varphi$ des elektrischen Potenzials, das an der Ladung des Stoffs zieht, angetrieben werden,
- durch ein Gefälle $\Delta\mu$ des chemischen Potenzials (z. B. Konzentrationsgefälle, Druckgefälle), das an der Stoffmenge zieht, angetrieben werden, weil Stoffmenge n und Ladung Q fest gekoppelt sind,
- durch ein Temperaturgefälle, das an der Entropie zieht, angetrieben werden, da Entropie S und Ladung Q schwach gekoppelt sind.

Nur *außerhalb* der elektrischen Energiequelle fließt elektrische Ladung von Stellen *höheren* zu Stellen *niedrigeren* Potenzials (wird von der Potenzialdifferenz angetrieben). Im *Inneren* der elektrischen Energiequelle muss die elektrische Ladung aber von Stellen *niedrigeren* zu Stellen *höheren* Potenzials (den „Potenzialberg“ hoch) fließen. Dies ist möglich, da Ladungsträger mit *weiteren* Größen verknüpft sind. Damit gibt es auch *andere* Antriebe, die an den Ladungsträgern angreifen und sie gegen die elektrische Potenzialdifferenz bewegen.

2 Die Brennstoffzelle

Die Wasserstoffdruckzelle (WDZ) in der Abb. 1 wird zwar nicht realisiert, ist aber sehr übersichtlich, sodass man daran die Funktionsweise leicht versteht. Sie ist ein elektrochemischer Energieumlader, der die chemische Potenzialdifferenz von Wasserstoff, verursacht durch die Druckdifferenz des Wasserstoffs, ausnutzt. Wären die beiden Gasbehälter direkt miteinander verbunden, würde die ganze Energie des Wasserstoffs zur Entropieerzeugung verwendet. Am Ausgang des linken und am Eingang des rechten Wasserstoffbehälters befindet sich eine Platinelektrode, in der Wasserstoffmoleküle in Protonen H^+ und Elektronen e^- zerlegt werden. Da der Wasserstoff im rechten Behälter eine geringere Konzentration und damit ein geringeres chemisches Potenzial hat als im linken Behälter, haben auch die Protonen und Elektronen in der linken Platinelektrode ein geringeres chemisches Potenzial als in der rechten. Zwischen den beiden Elektroden befindet sich ein Elektrolyt (hier Schwefelsäure), er ist ein selektiver Leiter, denn er ist leitfähig für Protonen, aber nicht für Elektronen (Abb. 2). So können nur die Protonen dem Antrieb des chemischen Potenzialgefälles ($\mu_{links} > \mu_{rechts}$) folgen und nach rechts strömen. Aber jedes Proton, das nach rechts geflossen ist, baut eine elektrische Potenzialdifferenz in umgekehrter Richtung ($\varphi_{links} < \varphi_{rechts}$) auf, die die weiteren Protonen in die entgegengesetzte Richtung treibt und mit der Anzahl der geflossenen Protonen wächst. Schon nach sehr kurzer Zeit heben sich die beiden Antriebe auf, und der Protonenstrom hört auf zu fließen (elektrochemisches Gleichgewicht). Durch Verbinden der beiden Platinelektroden über einen Kupferdraht, ebenfalls ein selektiver Leiter, der Elektro-

Variante 1: Wasserstoff-Druckzelle (1)

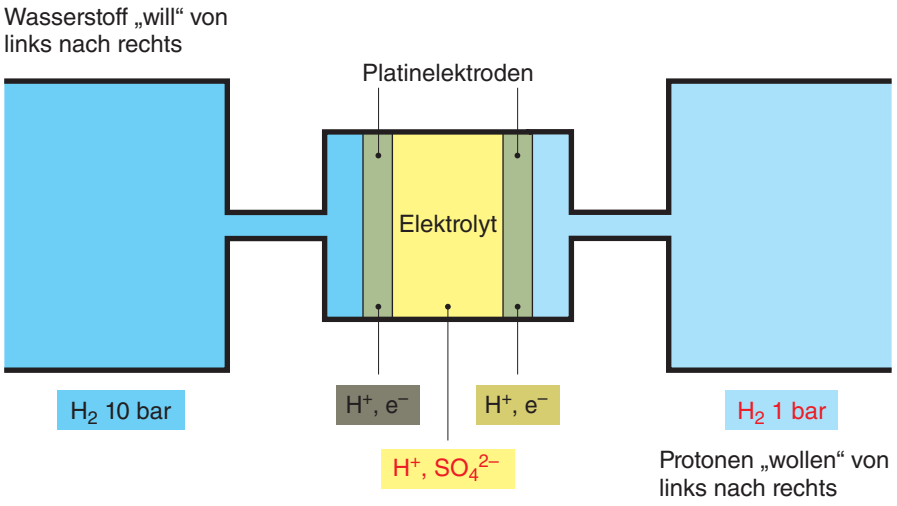


Abb. 1: Variante 1: Wasserstoff-Druckzelle

Variante 1: Wasserstoff-Druckzelle (2)

Säure ist selektiver Leiter:
leitet Protonen
leitet Elektronen nicht

Kupfer ist selektiver Leiter:
leitet Protonen nicht
leitet Elektronent

Die Wasserstoff-Druckzelle gibt es nicht, aber sie macht vieles klar.

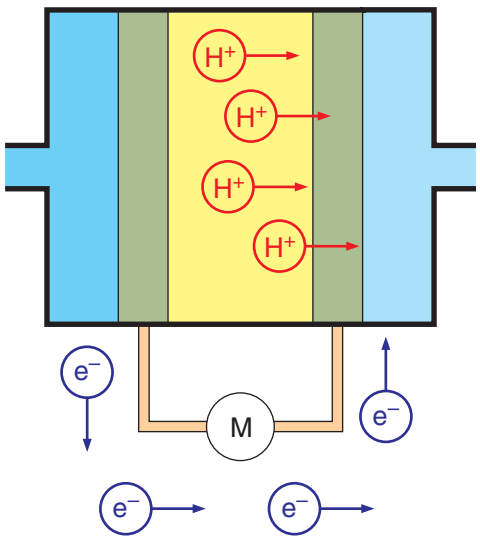


Abb. 2: Selektive Leiter in der WDZ

Variante 2: Wasserstoff-Sauerstoff-Brennzelle

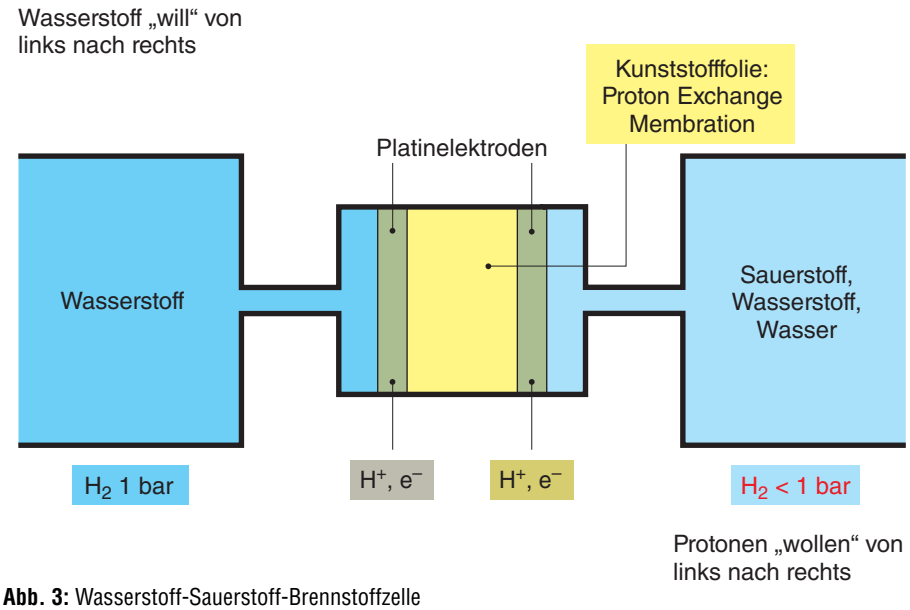


Abb. 3: Wasserstoff-Sauerstoff-Brennstoffzelle

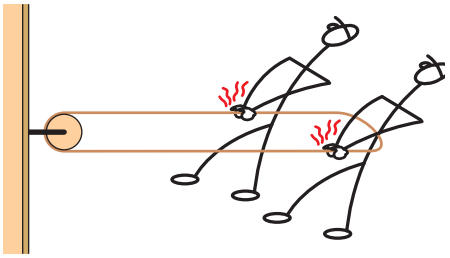


Abb. 4: Seilmodell der Kopplung

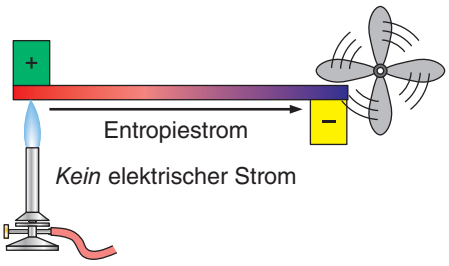


Abb. 5: Elektrisches Potenzialgefälle bremst den Ladungsstrom

nen fließen lässt aber keine Protonen, fließen nun die Elektronen von links nach rechts und bauen dadurch das elektrische Potenzialgefälle ab. Als Folge davon können nun wieder Protonen von links nach rechts fließen. Insgesamt bilden sich kontinuierliche Ströme von Protonen durch den Elektrolyten und Elektronen durch den Kupferdraht aus. Es liegt also ein geschlossener elektrischer Stromkreis vor. Denn elektrische Ladung fließt dem elektrischen Potenzialgefälle folgend von der rechten Platinelektrode durch den Motor zur linken Platinelektrode. Von dort fließt die elektrische Ladung an Protonen gebunden, dem chemischen Potenzialgefälle folgend, zur rechten Elektrode also den elektrischen Potenzialberg hoch. An einem zwischengeschalteten elektrischen Verbraucher (hier Elektromotor) wird der Zelle ein Energiestrom entzogen.

Durch wenige Veränderungen wird aus der Wasserstoff-Druckzelle eine Wasserstoff-Brennstoffzelle. Man ersetzt den Elektrolyten durch eine **P**roton **E**xchange **M**embran (PEM), eine Kunststofffolie, die ebenfalls ein selektiver Leiter für Protonen ist. Der Wasserstoff mit hohem Druck wird durch Wasserstoff von Umgebungsdruck, also ca. 1 bar, und der Wasserstoff rechts durch Sauerstoff ersetzt (Abb. 3). Nach rechts fließender Wasserstoff reagiert dort mit dem Sauerstoff zu Wasser. Dadurch bleibt der Partialdruck des Wasserstoffs, der nicht reagiert hat, sehr gering, weit unter 1 bar, und der Antrieb für den Wasserstoff von links nach rechts bleibt erhalten. Da der Reaktionswiderstand des Wasserstoffs mit dem Sauerstoff bei Umgebungs-

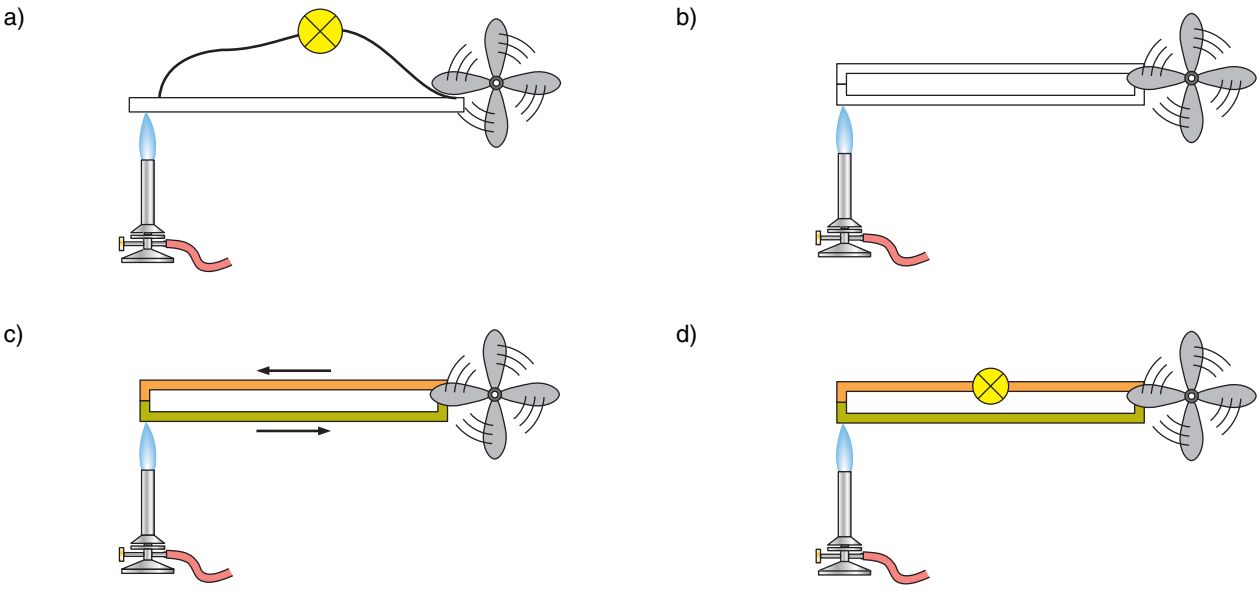


Abb. 6: a) Obwohl der Stromkreis geschlossen ist, leuchtet das Lämpchen nicht. b) Im oberen und im unteren Arm des Stromkreises werden die Elektronen nach rechts getrieben. c) Die Kopplung zwischen Entropie und elektrischer Ladung ist im Eisen stärker als im Kupfer. Die Elektronen werden gegen den Uhrzeigersinn mitgenommen. d) Das Lämpchen leuchtet.

temperatur sehr hoch ist, ist Platin als Katalysator erforderlich.

Neben der elektrischen Ladung ist die zweite mengenartige Größe, die den Antrieb in der Energiequelle macht, die **Stoffmenge *n*** (H^+). Der Antrieb für sie ist das **chemische Potenzial *μ*** (Dichte). Kopplung von elektrischer Ladung *Q* an Stoffmenge *n* geht über das „Erzeugen“ und „Vernichten“ von Protonen. **Stoffmenge ist keine Erhaltungsgröße**.

3 Schwache Kopplung zwischen elektrischem Strom und Entropiestrom: Thermoelektrischer Effekt

Während Stoffmenge *n*, Masse *m* und elektrische Ladung *Q* fest aneinanderhängen, kann Entropie *S* über die anderen Größen „hinwegrutschen“. Sie ist nur schwach an die anderen Größen gekoppelt. Wie Hände, am Seil entlang rutschen und es etwas mitnehmen (Hände ↔ Entropie, Seil ↔ elektrische Ladung. Vergl. Abb. 4).

Der Entropiestrom ist (schwach) auch an die Elektronen gekoppelt. Er versucht die Elektronen samt ihrer Ladung, Masse, Stoffmenge etc. nach rechts mitzunehmen. Dadurch entsteht ein elektrisches Feld (elektrisches Potenzialgefälle) von links nach rechts entlang dem Leiter, das den weiteren Transport von Elektronen nach rechts stoppt (Abb. 5). Nun stellt sich die Frage, lässt sich damit eine elektrische Energiequelle konstruieren? Ein erster Versuch könnte so aussehen, wie es Abb. 6a zeigt: Ein Draht zurück behebt den Stau. Die Elektronen fließen nach links und die Lampe müsste leuchten. Die Entropie kann gekoppelt an Elektronen weiter nach rechts fließen. Aber die Lampe leuchtet nicht, denn die Ladung und die Entropie müsste dazu im Kreis fließen, also auch wieder den Berg hoch. Zum besseren Verständnis modifizieren wir den Aufbau wie in Abb. 6b: Sowohl im unteren als auch im oberen Entropieleiter werden Elektronen nach rechts getrieben. Es gibt keinen Antrieb, der die Elektronen im Kreis herumbewegt. Im Seilmodell bedeutet dies: Die beiden Personen ziehen gleich stark am Seil und bei beiden rutscht das Seil gleich schnell durch die Hände, deshalb bewegt sich das Seil nicht. Es gibt keinen Nettostrom (vergl. Abb.7). Deshalb verwenden wir nun zwei Materialien, die sich darin unterscheiden, dass die Kopplung der Entropie an die Elektronen unterschiedlich stark ist. In Eisen zieht die Entropie fast 10mal stärker an den Elektronen als in Kupfer (Abb. 6c). Das Seilmodell erklärt dies so: Die beiden Personen ziehen zwar gleich stark, aber sie rutschen unterschiedlich über das Seil, deshalb bewegt sich das Seil. Es gibt einen Nettostrom (Abb. 8). Damit haben wir nun tatsächlich eine elektrische Energiequelle (Abb. 6d)! Die Elektronen werden im Gegenuhrzeigersinn mitgenommen. Der Mitnahmeeffekt zwischen Entropie und elektrischer Ladung heißt thermoelektrischer Effekt, die Vorrichtung heißt Thermoelement. Es ist ein Energieumlader vom Träger Entropie auf den Träger elektrische Ladung, das sehr leicht herzustellen und robust ist. Im Vergleich zu anderen Umladern haben sie einen schlechten Wirkungsgrad (ca. 10 %).

4 Das Halbleiter-Thermoelement

Durch Verwendung von Halbleitern wird das Element effektiver (Abb. 9). Elektronen im n-Leiter und Defektelektronen / Löcher im p-Leiter werden jeweils von links nach rechts mitgenommen. Im n-Leiter fließt der elektrische Strom nach links, im p-Leiter aber nach rechts. Dadurch ergänzen sich die beiden Ströme und heben sich nicht teilweise auf, wie beim Metallthermoelement.

Pumpt eine elektrische Energiequelle einen Ladungsträgerstrom durch beide Kontakte (Abb. 10), so nimmt der Teilchenstrom in den beiden Materialien Entropie unterschiedlich gut mit. Dadurch entsteht ein Nettoentropiestrom zwischen den Kontakten. Der eine Kontakt erwärmt sich, der andere kühlt ab. Diesen Vorgang nennt man Peltier-Effekt, das Gerät Peltierelement. Es lässt sich in zwei Funktionen verwenden:

- Erzeugt man an den Keramikflächen des Peltierelements eine Temperaturdifferenz und so einen Entropiestrom durch das Element, so wird an den elektrischen Anschlüssen eine Potenzialdifferenz aufgebaut, mit der man ein elektrisches Gerät antreiben kann. Das Peltierelement arbeitet als Thermogenerator.
- Schließt man eine elektrische Energiequelle an den elektrischen Anschlüssen des Elements an, so wird eine Temperaturdifferenz an den beiden Keramikflächen erzeugt und damit ein Entropiestrom durch das Element in Gang gesetzt. Es arbeitet als Wärmepumpe. ■

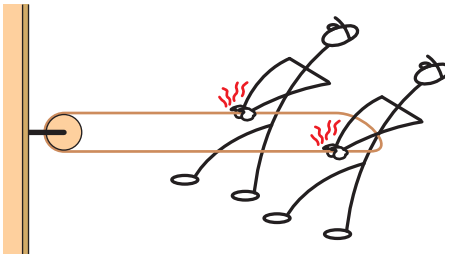


Abb. 7: Es gibt keinen Nettostrom

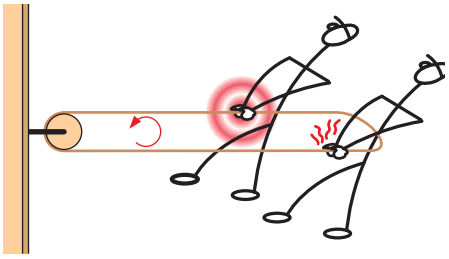


Abb. 8: Unterschiedliches Rutschen sorgt für Nettostrom

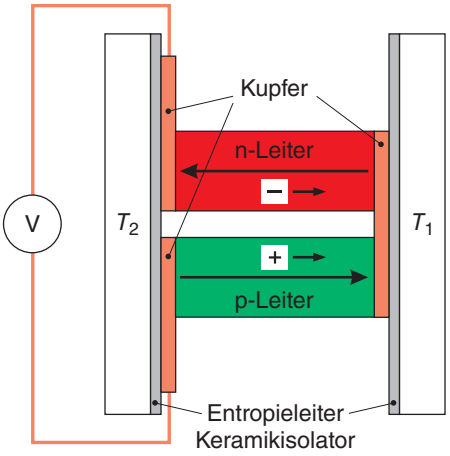


Abb. 9: Aufbau eines Peltierelementes

Anschrift des Verfassers
Hans M. Strauch, Kurfürst-Ruprecht-Gymnasium, Landwehrstraße 22
67433 Neustadt an der Weinstraße
E-Mail: HansMStrauch@t-online.de

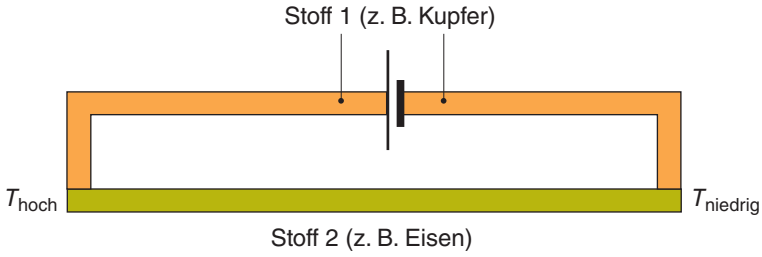


Abb. 10: Thermoelement als Wärmepumpe

Der elektrische und der magnetische Verschiebungsstrom

F. Herrmann

1 Der elektrische Verschiebungsstrom

Ein gewöhnlicher elektrischer „Leitungsstrom“ ist von einem magnetischen Feld umgeben. Die erste Maxwell'sche Gleichung sagt uns, dass auch ein „Verschiebungsstrom“ Ursache eines magnetischen Feldes ist:

$$\text{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}}.$$

Hier ist $\vec{H}$ die magnetische Feldstärke, $\vec{j}$ die elektrische Stromdichte und $\dot{\vec{D}}$ die zeitliche Änderung der elektrischen Flussdichte. Man kann also ein magnetisches Feld auf zwei scheinbar verschiedene Arten Arten erzeugen, oder in anderen Worten: Es gibt zwei Arten von Quellen für das magnetische Feld. Dieser „Schönheitsfehler“ der Maxwell'schen Gleichung lässt sich durch eine geschickte Beschreibung beheben, und die finden wir auch schon bei *Maxwell* [1]. Er hat die folgenden Bezeichnungen erfunden: $\vec{j}$ ist der *Leitungsstrom*, $\dot{\vec{D}}$ der *Verschiebungsstrom*, und die Summe

$$\vec{C} = \vec{j} + \dot{\vec{D}}$$

der *wahre, wirkliche* oder *ganze elektrische Strom.* (Mit „Strom“ meint *Maxwell* die Stromdichte, d. h. Stromstärke durch Fläche.) Die erste Maxwell'sche Gleichung kann man dann so schreiben:

$$\text{rot}\,\vec{H} = \vec{C}.$$

Die Zusammenfassung von $\vec{j}$ und $\dot{\vec{D}}$ zu $\vec{C}$ ist mehr als reine Kosmetik. Die neu eingeführte Größe $\vec{C}$ hat eine etwas andere Bedeutung als die normale elektrische Stromdichte. $\vec{C}$ ist die Stromdichte eines Stroms, der keine Divergenzen hat. Für $\vec{C}$ gibt es nur geschlossene Ströme.

Noch eine Bemerkung zu *Maxwells* Verfahren. Es ist eine recht normale Erscheinung, dass sich der Strom einer physikalischen Größe in Beiträge mit unterschiedlichen Eigenschaften zerlegen lässt. Siehe hierzu auch den Artikel *Konduktive und konvektive Ströme* von *P. Schmälzle*.

Ein Beispiel sind die Impulsströme. Die gesamte Impulsänderung $d\vec{p}/dt$ eines Systems kann durch zweierlei Ströme zustande kommen:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} + \vec{S}. \qquad (1)$$

$\vec{F}$ ist der Anteil der Stromstärke, den man Kraft nennt. $\vec{S}$ beschreibt einen Impulstransport, wie man ihn etwa in einem Wasserstrahl hat. Man nennt ihn manchmal einen konvektiven Impulsstrom oder, im Zusammenhang mit Raketen, den Schub. Es gilt $\vec{S} = \vec{v}\, I_m$, wo I_m die Massenstromstärke und $\vec{v}$ die Geschwindigkeit ist. Die Gesamtimpulsstromstärke ist also:

$$\vec{I}_p = \vec{F} + \vec{S}$$

und die Impulsbilanzgleichung, d. h. das zweite Newton'sche Gesetz, lässt sich so schreiben:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{I}_p. \qquad (2)$$

Auch bei elektrischen Strömen kann man verschiedene Typen ausmachen, die allerdings keine Klasseneinteilung darstellen. Außer der Unterscheidung zwischen Leitungsstrom und Verschiebungsstrom, kann man unterscheiden zwischen einem konduktiven Strom (etwa in einem Kupferdraht), einem konvektiven Strom (in einem Elektronenstrahl) und einem Suprastrom. Noch mehr Stromtypen gibt es bei der Energie.

Es ist also nichts Ungewöhnliches, wenn ein Strom auf unterschiedliche Art realisiert werden kann. Dass zum elektrischen Strom außer dem Leitungsstrom auch ein Verschiebungsstrom beiträgt, passt daher ins Bild.

2 Strom und Stromstärke

Wir beschreiben im Folgenden ein Gedankenexperiment, das dabei helfen kann, den Verschiebungsstrom als elektrischen Strom ernst zu nehmen.

Zunächst sei daran erinnert, dass man sorgfältig zwischen den Bezeichnungen Strom und Stromstärke unterscheiden sollte – was man bekanntlich nicht immer tut. Statt „der Strom beträgt 2 A“, ist es besser zu sagen „die Stromstärke beträgt 2 A“ oder „die Stärke des Stroms beträgt 2 A“. Was versteht man unter einem Strom und was unter der Stromstärke? Der Strom ist eine Erscheinung, nämlich wenn ein Fluidum oder auch viele bewegliche einzelne Teilchen, Wesen oder Körper denselben Weg nehmen, wobei wir mit „demselben Weg“ nicht dieselbe Bahnkurve meinen. Der „Weg“ ist vielmehr durch einen „Kanal“, durchaus variabler Breite und Tiefe definiert. Und die Stromstärke? Sie ist ein Maß für die „Ergiebigkeit“ des Stroms. (Im Französischen gibt es dafür eine treffende Bezeichnung: le débit). Nun bezieht sich die Größe, die man so definiert, aber nicht auf den Strom in seiner ganzen Länge, sondern auf eine Querschnittsfläche durch den Strom, siehe den Artikel von *M. Pohlig* in diesem Heft: *Die Richtung von Strömen und die Richtung dessen, was strömt*.

Nun unser Gedankenexperiment: Wir betrachten einen elektrischen Leiter und stellen uns vor, die beweglichen Ladungsträger seien punktförmige, elektrisch geladene Teilchen. Auch wenn die wahre Natur der Ladungsträger, falls man von einer solchen überhaupt sprechen kann, damit nicht übereinstimmt, ist dieses Modell in vielen Fällen brauchbar. Seine Verwendung hat eine überraschende Konsequenz für die Berechnung der Stromstärke.

Wir legen einen Schnitt durch unseren Leiter, und fragen nach der Stärke des elektrischen Stroms durch diese Bezugsfläche zu einem bestimmten Zeitpunkt. Da die Ladungsträger punktförmig sind, schneidet die Bezugsfläche keinen einzigen Ladungsträger. Selbst wenn wir uns die Ladungsträger nicht als punktförmig, sondern nur sehr klein im Vergleich zu ihrem gegenseitigen Abstand vorstellen, ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich gerade im Augenblick der Strommessung ein Ladungsträger durch die Fläche bewegt, sehr gering. Nun könnte man sagen, das sei nicht so schlimm; man interessiere sich ja nur für den zeitlichen Mittelwert der Stromstärke. Das entspräche aber nicht dem, was die erste Maxwell'sche Gleichung sagt. Wir schreiben sie in integraler Form:

$$\oint \vec{H}\, d\vec{r} = I + \iint \dot{\vec{D}}\, d\vec{A}.$$

Hier steht auf der rechten Seite die momentane Stromstärke, und nicht ihr zeitlicher Mittelwert. Wenn nun die elektrische Stromstärke die meiste Zeit gleich null ist, würde – so könnte man schließen – auch die magnetische Feldstärke die meiste Zeit gleich null sein; was sie bekanntlich nicht ist.

Man kommt leicht aus diesem Dilemma heraus. Die Gleichung sagt uns ja, dass das magnetische Feld nicht auf den elektrischen Leitungsstrom angewiesen ist. Auch ein Verschiebungsstrom erzeugt ein magnetisches Feld. Betrachten wir also unsere Schnittfläche noch einmal unter diesem Gesichtspunkt. Und da sehen wir: Es fließt dauernd ein Verschiebungsstrom, nämlich zum einen, weil sich Ladungsträger von der einen Seite unserer Bezugsfläche nähern, und damit eine Zunahme der elektrischen Flussdichte bewirken, und zum anderen, weil sie sich auf der anderen Seite entfernen, und damit eine Abnahme der negativen Flussdichte, und damit wieder eine Zunahme der Flussdichte verursachen. Dieser Verschiebungsstrom bringt die Sache in Ordnung. Wir können also etwas überspitzt formulieren: Wenn man die Elektronen als punktförmig annimmt, ist jeder elektrische Strom ein Verschiebungsstrom. So wird man es gewiss nicht im Unterricht sagen. Aber vielleicht hilft die Überlegung etwas dabei, im Verschiebungsstrom etwas mehr als nur einen Lückenbüßer zu sehen.

3 Der magnetische Verschiebungsstrom

Wenn wir schon so weit sind, den Ausdruck $\dot{\vec{D}}$ als Maß für den elektrischen Strom ernst zu nehmen, so können wir uns einer anderen Schlussfolgerung kaum mehr verschließen. Betrachten wir die erste und die zweite Maxwell'sche Gleichung noch einmal gemeinsam:

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}}$$
$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\dot{\vec{B}}.$$

Wenn wir den Term $\dot{\vec{D}}$ in der ersten als Beitrag zur elektrischen Stromdichte interpretieren, so haben wir keinen Grund mehr, den Term $\dot{\vec{B}}$ in der zweiten nicht als magnetische Stromdichte zu deuten. Immer wenn sich $\vec{B}$ ändert, fließt also ein „magnetischer Strom".

Was sich in uns dagegen sträuben mag, einen magnetischen Strom zu akzeptieren, ist die Tatsache, dass es keine Teilchen gibt, die magnetische Ladung tragen; es gibt keine magnetischen Ladungsträger. Das bedeutet aber nur, dass es keine magnetischen Gleichströme gibt. Wechselströme lassen sich durchaus realisieren.

Ein wichtiger Gegenstand, in dem ein magnetischer Strom fließt, ist der Eisenkern eines Transformators, siehe den Artikel von *P. Schmälzle* in diesem Heft: *Energieströme im elektromagnetischen Feld*. Den Energiestrom durch den Transformator können wir so beschreiben: Die Energie kommt mit einem elektrischen Wechselstrom an; sie wird dann mithilfe eines magnetischen Wechselstroms im Eisenkern von der Primär- zur Sekundärspule transportiert, und sie geht von dort mit dem elektrischen Wechselstrom weiter zum Verbraucher. ■

Literatur

[1] James Clerk Maxwell, Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus, zweiter Band, Verlag von Julius Springer, Berlin, 1883, S. 304-306

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe
E-Mail: f.herrmann@kit.edu

Kraft und Impulsstrom

F. Herrmann

1 Einführung

Der Impuls ist eine extensive oder „mengenartige" Größe. Zu jeder solchen Größe lässt sich ein Strom mit der zugehörigen Stromstärke und Stromdichte definieren. Die Größe Impulsstromstärke ist im Wesentlichen identisch mit der Newton'schen Kraft. Die Begriffsbildungen unterscheiden sich aber insofern, als man den Wert der Kraft einem Körper zuordnet, während sich die Impulsstromstärke auf eine Schnittfläche bezieht, siehe den Artikel von *M. Pohlig* in diesem Heft: *Die Richtung von Strömen und dessen, was strömt*. Wir wollen im Folgenden beschreiben, wie man vom Newton'schen Kraftbegriff zum Impulsstrom kommt. Wir werden uns dabei an der geschichtlichen Entwicklung der Begriffe orientieren. Wir vergleichen die Entstehung der Vorstellung von einem Impulsstrom mit der Entstehung der Idee von Strömen von zwei anderen mengenartigen Größen: der Energie und der Entropie.

2 Schwache und starke Bilanzgesetze

Einen Satz über die Erhaltung oder die Nichterhaltung einer mengenartigen Größe nennen wir im Folgenden Bilanzgesetz. Die Erhaltungssätze von Energie, Impuls oder elektrischer Ladung sind Bilanzgesetze, aber auch der „halbe" Erhaltungssatz der Entropie, der behauptet, dass Entropie nicht vernichtet, wohl aber erzeugt werden kann, ist ein Bilanzgesetz.

Die Einführung einer neuen mengenartigen Größe ging stets mit der Entdeckung ihrer Bilanzierbarkeit Hand in Hand. Man stellte fest, dass sich eine Größe X derart definieren oder konstruieren lässt, dass die Summe ihrer Werte in zwei Systemen A und B konstant ist, oder im Fall der Entropie, dass diese Summe entweder konstant ist oder zunimmt:

$$X_A + X_B = \text{const},$$

bzw.

$$X_A + X_B = \text{const oder nimmt zu.}$$

Mit einer solchen Formulierung vermied man es, etwas darüber sagen zu müssen, was außerhalb von A und B passiert, d. h., welche Rolle das Medium zwischen A und B bei dem betrachteten Vorgang spielt. Im Prinzip ließ diese Darstellung eine Fernwirkung zu. Nehmen wir an, X_A nehme an einer Stelle zu, X_B an einer anderen Stelle ab. Man sagte dann zwar, dass das bei A fehlende X bei B anzutreffen sei, aber man sagte nicht, auf welchem Weg es von A nach B gelangt sei, ja ob überhaupt ein solcher Transport stattgefunden habe.

Der Grund dafür, dass man nichts über den Transport sagte, war nicht, dass man nichts darüber sagen wollte, sondern dass man es nicht konnte. Man hatte damit die Bilanz von X in einer abgeschwächten Form formuliert. Wir wollen eine solche Formulierung ein „schwaches Bilanzge-

setz“ nennen. Ein „starkes Bilanzgesetz“ würde auch eine Aussage darüber machen, wie *X* von *A* nach *B* gelangt. Eine solche Beschreibung nennt man auch eine lokale Beschreibung. Im Fall der Erhaltung sagt man, es gelte ein lokaler Erhaltungssatz. Heute ist man überzeugt, dass es, wenigstens in diesem Zusammenhang, Fernwirkungen nicht gibt. Bilanzgesetze werden immer lokal formuliert, nämlich mithilfe einer Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho_X}{\partial t} + div\, \vec{j}_X = \sigma_X .$$

Hier ist ρ_X die Dichte, $\vec{j}_X$ die Stromdichte (Strom durch Fläche) und σ_X Erzeugungsrate durch Volumen. Die Benennung und damit die Interpretation der Größen steht einem allerdings frei. „Eine physikalische Größe fließt“ ist keine physikalische Aussage. Es ist nur eine auf einem Modell beruhende Art zu sprechen – wenn auch eine außerordentlich zweckmäßige, siehe den Artikel von *F. Herrmann* in diesem Heft: *Ströme von Stoffen und Ströme physikalischer Größen*.

3 Die Bilanzgesetze von Impuls, Energie und Entropie

Das erste und wichtigste Beispiel, das wir betrachten, ist der Impuls. *Newton* konnte die lokale Erhaltung noch nicht aussprechen. Die wichtigsten Gegenstände seiner Betrachtung waren die Himmelskörper. Der Impulstransport geschieht hier über das Gravitationsfeld, das *Newton* aber noch nicht kannte. Daher musste er die Impulserhaltung (die „Erhaltung der Bewegungsmenge“) in Form eines schwachen Erhaltungssatzes formulieren. Er tat das mithilfe seiner drei Gesetze. Diese bringen den Sachverhalt nach heutiger Auffassung allerdings auf redundante Art zum Ausdruck. Wir betrachten im Augenblick nur das dritte Gesetz, das wir in modernen Worten, aber ganz im Newton'schen Sinn, formulieren:

> Übt ein Körper *A* auf einen Körper *B* die Kraft $\vec{F}$ aus, so übt *B* auf *A* die gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft $-\vec{F}$ aus.

Die Größe $\vec{F}$, die *Newton* einführt, wird also zwei Körpern zugeordnet: dem, „der die Kraft ausübt“ und dem, „auf den sie ausgeübt wird“. Nichts wird über das System oder Medium gesagt, das sich zwischen den Körpern befindet. Es war zwar naheliegend, dass dieses an der Impulsübertragung beteiligt ist, aber zu *Newtons* Zeit kannte man noch zu wenige Eigenschaften von dem, was man später das Gravitationsfeld nannte, und *Newton* schrieb in den *Principia* sein bekanntes „Hypoteses non fingo“, frei übersetzt: „Ich spekuliere nicht.“ Das war seine „offizielle Verlautbarung“. Wie er wirklich darüber dachte, erfährt man aus einem Brief an den Gelehrten *Richard Bentley*:

> „Dass die Schwere über eine Entfernung durch ein Vakuum ohne die Vermittlung von irgendetwas anderem ... wirken sollte, ist für mich eine solche Absurdität, dass ich glaube, dass niemand, der in philosophischen Dingen eine hinreichende Denkfähigkeit hat, darauf hereinfallen könnte.“

Newtons schwache Bilanzaussage blieb für mehr als 150 Jahre Stand der Dinge. Allerdings gesellten sich um die Mitte des 19. Jahrhunderts zu dem schwachen Impulserhaltungssatz noch zwei andere schwache Bilanzgesetze hinzu.

Zunächst die Energie. Ihre Vorläufer, die lebendige Kraft, die bewegende Kraft, die Arbeit, und wie sie alle hießen, existierten schon vor 1841, dem Jahr, in dem *Julius Robert Mayer* die Behauptung aussprach, dass Energie weder erschaffen, noch vernichtet werden kann, und das man als das offizielle Geburtsjahr der Energie bezeichnen kann. Wieder war es so, dass man zunächst nur bestätigen konnte, dass die Zunahme des Wertes der neuen Größe in einem System mit der Abnahme in einem anderen verknüpft ist. Man hatte also zunächst nur einen schwachen Erhaltungssatz in den Händen. Aber auch in diesem Fall bestand von Anfang an die Erwartung, dass die Energie auch lokal erhalten sein müsste. Diese noch nicht bestätigte Erwartung wird sehr schön in dem Büchlein des jungen *Max Planck* „Das Prinzip der Erhaltung der Energie“ [1] beschrieben:

> „Man wird sich nun nicht mehr damit begnügen, den Zahlenwert der Energie des Systems zu kennen, sondern man wird versuchen, die Existenz der verschiedenen Arten der Energie an den verschiedenen Elementen des Systems im Einzelnen nachzuweisen, und den Übergang in andere Formen und zu anderen Elementen ebenso verfolgen, wie die Bewegung eines Quantums Materie im Raum. ... Gegenwärtig ist es jedenfalls Sache der physikalischen Forschung, diese Auffassung als die anschaulichste und fruchtbarste überall bis ins einzelne durchzubilden und ihre Konsequenzen anhand der Erfahrung zu prüfen; ...“

Die Ungewissheit in diesem Zusammenhang bringt auch *Heinrich Hertz* 1892 zur Sprache [2]:

> „Ein grösseres Bedenken scheint mir in der Frage zu liegen, wie weit bei unseren gegenwärtigen Kenntnissen von der Energie die Localisation derselben und ihre Verfolgung von Punkt zu Punkt überhaupt Sinn und Bedeutung hat. Derartige Betrachtungen sind noch nicht durchgeführt bei den einfachsten Energieumsätzen der gewöhnlichen Mechanik; es ist daher die Frage noch unerledigt, ob und in welchem Umfange der Begriff der Energie eine solche Behandlungsweise zulässt.“

Ähnlich, aber noch komplizierter verlief die Entwicklung bei der Entropie. Auch für die von *Clausius* eingeführte Größe galt zunächst nur eine schwache Bilanzaussage: Die Entropie eines abgeschlossenen Systems oder die gesamte Entropie mehrerer Systeme bleibt gleich oder nimmt zu. Zu dieser Geschichte gibt es in diesem Heft einen eigenen Artikel von *M. Pohlig*: *Zur Geschichte des Entropiestroms*.

In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts existierten also drei schwache Bilanzgesetze. Schließlich ging es ihnen aber doch an den Kragen und sie wurden in recht rascher Folge zu lokalen Gesetzen.

Die Erste, bei der die alte Vorstellung zu wackeln begann, war der Impuls. Die Wechselwirkung über Materie, d. h. den Austausch von Impuls in Materie, hatte man lokal zu beschreiben gelernt durch die mechanische Spannung: diejenige Größe, die das Wirken einer Kraft lokal beschreibt, oder Kraft durch Fläche. Da man mechanische Spannungen in Feldern noch nicht kannte, wurde als Ersatz der Begriff Volumenkraft eingeführt. Die Gravitations- und die Trägheitskräfte sind Volumenkräfte. Eine Volumenkraft greift an jedem Massenpunkt eines Körpers an, sagte man. Wir haben hier den merkwürdigen Fall, dass die Beschreibung der materiellen Mitspieler lokal ist, die Rolle der Felder aber immer noch fernwirkungsartig.

1864 erschien dann *Maxwells Treatise on Electricity and Magnetism*, in dem er die mechanischen Spannungen im elektrischen und im magnetischen Feld angibt. Dort wo sich ein Feld befindet, ist der Äther ver-

spannt, und diese Spannung konnte er für jeden Punkt aus den Feldstärken berechnen. Das wäre eigentlich der Moment gewesen, auch die alte, provisorische Newton'sche Sprache über Bord zu werfen: Die Kraft hätte man von nun an Impulsstromstärke, und die mechanische Spannung Impulsstromdichte nennen können. Aber das hat wohl damals niemand bemerkt. Die alte, noch ganz auf Fernwirkungen zugeschnittene Sprache war fest etabliert, und denjenigen, die sie beherrschten, fiel der Fernwirkungsmakel gar nicht mehr auf.

Der Durchbruch geschah erst, nachdem das Entsprechende bei der Energie geschafft war, der wir uns noch einmal kurz zuwenden. Hier bestand ja von Anfang an die Erwartung, dass sich Energiebilanzen lokal beschreiben lassen sollten. Das gelang dann auch, und zwar genau in dem Jahr, in welchem *Hertz* noch seine Sorgen formuliert hatte: zunächst durch *Poynting* [3], dann durch *Heaviside* [4] und schließlich in einer umfassenden Arbeit durch *Gustav Mie* [5]. Obwohl der provisorische schwache Energieerhaltungssatz damit hätte ad acta gelegt werden können, hat die alte Sprache, die noch auf die schwache Erhaltung Rücksicht nimmt, überlebt: Noch heute formuliert man Sätze wie: „Die an einem Körper verrichtete mechanische Arbeit ist gleich der Änderung seiner Energie", oder „Die mechanische Leistung, gibt an, wie schnell mechanische Arbeit verrichtet wird."

Von dieser Zeit an begann ein regelrechter Durchbruch der Auffassung, dass zu jeder extensiven Größe ein lokales Bilanzgesetz gehört.

Der nächste Kandidat nach der Energie war der Impuls. 1908 hat *Max Planck* [6], der 21 Jahre zuvor schon die lokale Formulierung der Energieerhaltung angemahnt hatte, auch die Impulserhaltung fernwirkungsfrei formuliert. In einem kurzen Aufsatz in der Physikalischen Zeitschrift heißt es unter anderem:

> „Wie die Konstanz der Energie den Begriff der Energieströmung, so zieht notwendig auch die Konstanz der Bewegungsgröße den Begriff der 'Strömung der Bewegungsgröße', oder kürzer gesprochen: der 'Impulsströmung' nach sich."

Schließlich fehlte noch die Entropie. Mit der Entstehung der Thermodynamik der irreversiblen Prozesse in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts wurde auch sie zu einer lokal bilanzierbaren Größe. 1911, also in demselben Jahr, in dem Callendar die Entropie als das wiederauferstandene Caloricum entlarvt, tritt auch der Entropiestrom auf die Bühne, in einer umfangreichen, etwas schwer lesbaren Arbeit von *G. Jaumann* in Brünn [7] und etwas klarer in einem Aufsatz seines Schülers *E. Lohr* [8].

In der elften Auflage von *Max Plancks* berühmten Vorlesungen über Thermodynamik [9], die nicht mehr von *Planck* selbst bearbeitet worden war, lesen wir:

> „So findet man bereits in einer Arbeit aus dem Jahr 1911 von *Jaumann* [...] die für die moderne Thermodynamik irreversibler Prozesse grundlegenden Begriffe Entropieerzeugung und Entropiestrom in klarer Weise verwendet. Im Übrigen wird in dieser Arbeit erstmalig auch jene Beziehung angegeben, die heute als Entropiebilanzgleichung bezeichnet wird. Auf die Bedeutung dieser Gleichung als differenzielle Formulierung des Zweiten Hauptsatzes hat etwas später, 1916, *Lohr* [...] mit Nachdruck hingewiesen.".

4 Wie die Impulsstromsprache aufgenommen wurde

Die Beschreibung von Impulsübertragungen als Strömungsvorgang hat zur Folge, dass die meisten mechanischen Aussagen

Kraftmodell	Impulsstrommodell
Auf den Körper K wirkt eine Kraft.	*In den Körper K fließt Impuls hinein (oder: In den Körper K fließt ein Impulsstrom hinein).*
In dem Seil S wirkt eine Kraft.	*Durch das Seil S fließt Impuls.*
Körper A übt auf Körper B eine Kraft aus.	*Bei A kommt Impuls an, der von B ausgegangen ist.*
Die Summe der auf einen Körper wirkenden Kräfte ist gleich null. An dem Körper herrscht Kräftegleichgewicht.	*Die Gesamtstromstärke der Ströme, die in einen Körper hineinfließen, ist gleich null.* *Oder:* *Die Stärke der in den Körper hineinfließenden Ströme ist gleich der der herausfließenden.* *Oder.* *Es gilt die Knotenregel.*
1. Newton'sches Gesetz: *Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen, geradlinigen Bewegung, sofern die Summe der auf ihn wirkenden Kräfte null ist.*	*Der Impuls eines Körpers ändert sich nicht, solange kein Impuls zu- oder abfließt.*
2. Newton'sches Gesetz: *Die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der auf den Körper wirkenden Kraft.*	*Die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der Stromstärke des zu- und abfließenden Impulsstroms.*
3. Newton'sches Gesetz: *Übt ein Körper A auf einen Körper B die Kraft F aus, so übt B auf A die gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft –F aus.*	*Fließt ein Impulsstrom aus einem Körper A in einen Körper B, so ist die Stromstärke F beim Verlassen von A gleich der beim Eintritt in B.*

Tab. 1: Beschreibungen desselben physikalischen Sachverhalts in zwei Sprachen

neu formuliert werden müssen. Eine solche Neuformulierung hat mehrere Vereinfachungen oder Erleichterungen zur Folge:

1. Sie bringt die Mechanik in eine Form, die unseren heutigen Vorstellungen einer Theorie entsprechen: Die Sprache der Impulsstrommechanik enthält keine Formulierungen mehr, die auf Fernwirkungen hindeuten.
2. Sie bringt die Mechanik in eine Form, die dieselbe Struktur hat, wie andere Teilgebiete der Physik, nämlich die Elektrizitätslehre und die Thermodynamik. Sie hilft daher beim Erlernen, sowohl der Mechanik, also auch der anderen strukturverwandten Gebiete.
3. Sie vereinfacht das Verständnis vieler Erscheinungen. Wir geben dafür im nächsten Abschnitt einige Beispiele.

Durch die Umstellung vom Kraft- zum Impulsstrommodell entstehen aber scheinbar auch neue Probleme. Weil in der Impulsstrommechanik die Sprache und das damit verbundene Denken auf eine lokale Betrachtung zugeschnitten ist, werden Fragen nahe gelegt, die sich im Kraftmodell nicht stellen. Wenn man sagt, der Impuls geht oder strömt von A nach B, so liegt die Frage auf der Hand, auf welchem Weg er von A nach B gelangt, und das ist die Frage nach der Stromverteilung. Wer sich auf die Impulsstromdarstellung einlässt, muss also mit diesen Fragen rechnen, und er muss sie auch beantworten können. Die Newton'sche Kraftformulierung lässt solche Fragen gar nicht aufkommen. Sie kehrt sie gewissermaßen unter den Teppich.

Nun haben sich die mit der newtonschen Sprache verbundenen mentalen Bilder so fest etabliert, dass ein Paradigmenwechsel kaum mehr möglich ist. Tatsächlich wurde die neue Planck'sche Sichtweise auch nur von Lehrbüchern für fortgeschrittene Studenten aufgenommen, siehe etwa [10,11], oder man findet sie als Randbemerkung [12]. Dort, wo sie die größten Erleichterungen hätte bringen können, nämlich in Texten für Anfänger, findet man sie nicht.

Wer trotzdem den Versuch unternehmen möchte, die Mechanik von Anfang an in einer modernen Form mit all ihren Vorteilen für das Verständnis zu unterrichten, dem sei der Mittelstufenband des Karlsruher Physikkurses empfohlen [13].

5 Kraft- und Impulsstrommodell im Vergleich

Wir vergleichen in der Tabelle Beschreibungen ein und desselben Sachverhalts in den beiden Sprachen (Tab. 1.).

Schon die ersten drei Zeilen der Tabelle zeigen, dass der Umgang mit dem Impulsstrommodell nicht schwieriger ist, als der mit dem Kraftmodell. Dass die Impulsstromformulierung die Beschreibung und Deutung mechanischer Vorgänge erheblich vereinfachen kann, sieht man anhand der vierten Zeile. Der Satz vom Kräftegleichgewicht entpuppt sich als eine Variante der Knotenregel, die man von elektrischen Strömen, und auch schon von Wasserströmen her kennt.

Noch deutlicher wird der Gewinn, wenn man die Newton'schen Gesetze betrachtet. In der Impulsstromsprache wird offenbar, dass alle drei Gesetze nichts anderes sind, als Ausdruck der Impulserhaltung, also eine verklausulierte Formulierung des einfachen Satzes: „Impuls kann nicht erzeugt und nicht vernichtet werden."

Schließlich noch ein Beispiel, das zeigt, zu welchen „Verrenkungen" man gezwungen sein kann, wenn man die Kraftbeschreibung verwendet: Ein Körper K liegt auf dem Tisch. Um diese weiß Gott nicht komplizierte Situation zu beschreiben, braucht man vier Kräfte, die sich alle auf K beziehen:

1. Die Kraft $\vec{F}_{KT}$, die K auf den Tisch ausübt;
2. Die Kraft $\vec{F}_{TK}$, die der Tisch auf K ausübt;
3. Die Kraft $\vec{F}_{EK}$, die die Erde auf K ausübt;
4. Die Kraft $\vec{F}_{KE}$, die K auf die Erde ausübt.

Diese vier Kräfte sind durch zwei verschiedene Arten von Gesetzen miteinander verknüpft. Wegen des dritten Newton'schen Gesetzes gilt $\vec{F}_{KT} = -\vec{F}_{TK}$ und $\vec{F}_{EK} = -\vec{F}_{KE}$. Da Kräftegleichgewicht herrscht, gilt außerdem $\vec{F}_{TK} = -\vec{F}_{EK}$.

All das muss der oder die Lernende verstanden haben, um dieses elementare mechanische Problem zu beschreiben.

Verwendet man das Impulsstrombild, so erkennt man, dass die Kompliziertheit nur ein Artefakt ist, das auf der Verwendung eines unpassenden Modells beruht. Bei den vier Kräften handelt es sich einfach um die Stärke ein und desselben Impulsstroms an vier verschiedenen Stellen: beim Verlassen der Erde, beim Eintritt in *K*, beim Austritt aus *K* und beim Eintritt in den Tisch. Dass $\vec{F}$ an den vier Stellen denselben Wert hat, ist eine notwendige Folge des benutzten Modells. ■

Literatur

[1] M. Planck: Das Prinzip der Erhaltung der Energie, Verlag von G. B. Teubner, Leipzig und Berlin, 1908 (erste Auflage 1887), S. 117-118

[2] Hertz, H.: Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft, Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1892, S. 234

[3] Poynting, J. H.: On the transfer of energy in the electromagnetic field, Phil. Trans. A 1884, S. 343-361

[4] O. Heaviside: Electrician 27, 3. Juli 1891

[5] Mie, G.: Entwurf einer allgemeinen Theorie der Energieübertragung, Sitzungsbericht der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, CVII. Band, Abtheilung II.a, 1898, S. 1113-1181

[6] M. Planck: Bemerkungen zum Prinzip der Aktion und Reaktion in der allgemeinen Dynamik, Physikalische Zeitschrift, 9. Jahrgang, Nr. 23 (1908), S. 828: „Wir können aber noch einen Schritt weitergehen. Wie die Konstanz der Energie den Begriff der Energieströmung, so zieht notwendig auch die Konstanz der Bewegungsgröße den Begriff der 'Strömung der Bewegungsgröße', oder kürzer gesprochen: der 'Impulsströmung' nach sich. Denn die in einem bestimmten Raum befindliche Bewegungsgröße kann sich nur durch äußere Wirkungen, also nach der Theorie der Nahewirkung nur durch Vorgänge an der Oberfläche des Raumes ändern, also ist der Betrag der Änderung in der Zeiteinheit ein Oberflächenintegral, welches als die gesamte Impulsströmung in das Innere des Raumes hinein bezeichnet werden kann. Ein wesentlicher Unterschied aber gegenüber der Energieströmung liegt darin, daß die Energie ein Skalar, die Bewegungsgröße dagegen ein Vektor ist. Daher wird die in einen Raum einströmende Energie durch ein einziges Oberflächenintegral ausgedrückt, und die Energieströmung ist ein Vektor. Dagegen wird die in einen Raum einströmende Bewegungsgröße durch drei Oberflächenintegrale ausgedrückt, entsprechend den drei Komponenten der Bewegungsgröße, und die Impulsströmung an einem Orte ist ein Tensortripel, in der Bezeichnungsweise von W. Voigt, charakterisiert durch sechs Komponenten."

[7] G. Jaumann: Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, Nat.-Naturw. Klasse, Abt. II A 120 (1911), 385

[8] E. Lohr: Denkschr. Akad. Wiss. Wien, Nat.-Naturw. Klasse 93 (1917), 339 - 420

[9] M. Planck: Vorlesungen über Thermodynamik, 11. Auflage, Walter de Gruyter (1963), S. 304f

[10] L. D. Landau, E. M. Lifshitz: Theory of Elasticity, Pergamon Press, Oxford (1959), Chap. I, Sec. 2

[11] G. Neugebauer: Relativistische Thermodynamik, Vieweg, Braunschweig (1981), S. 20 - 21

[12] C. Gerthsen, H. O. Kneser, H. Vogel: Physik, Springer-Verlag, Berlin (1977), S. 175

[13] F. Herrmann: Der Karlsruher Physikkurs – Energie, Impuls, Entropie, 9. Auflage, AULIS-Verlag (2010)

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe, E-Mail: f.herrmann@kit.edu

Impulsstromverteilungen in Beispielen

F. Herrmann

1 Einleitung

Im Folgenden werden Impulsstromverteilungen vorgestellt. Wir beginnen mit einigen einfachen Beispielen, wie man sie schon im Anfängerunterricht behandeln kann [1].

Wir zeigen dann aber auch, wie sich die Impulsstromdarstellung auf anspruchsvollere Situationen auswirkt. Mit diesem Thema könnte man eigentlich ein ganzes Buch füllen, denn das traditionelle Analogon umfasst die ganze Festigkeitslehre und einen großen Teil der Elektrodynamik. Wir stellen diese Anwendungen hier nur deshalb vor, damit der Leser, der sich für die Einführung der Impulsströme im Anfängerunterricht interessiert, erfährt, wie die Geschichte weiter geht.

Da der Impuls ein Vektor ist, ist auch seine Stromstärke ein Vektor. Bei vielen mechanischen Problemen hat man es nur mit Impuls einer einzigen Richtung zu tun; der Vektor hat also nur eine einzige von Null verschiedene Komponente. In diesen Fällen kann man mit dem Impuls umgehen wie mit einem Skalar. Ist das nicht mehr der Fall, so werden die mechanischen Probleme schwierig, egal, ob man das Kraft- oder das Impulsstrommodell benutzt. Den Strom der vektoriellen Größe Impuls kann man übersichtlich darstellen, indem man den Strom seiner drei Komponenten einzeln beschreibt. Man kann sich also vorstellen, man habe es mit drei skalaren Größen zu tun, von denen jede, unabhängig von den anderen, einen Erhaltungssatz befolgt.

2 Beschleunigter Wagen

Ein Wagen wird beschleunigt, indem das Männchen an dem Seil zieht, Abb. 1a. Der Impuls des Wagens nimmt zu; wir sagen, der Wagen werde mit Impuls „geladen“. Da wir annehmen, dass der Wagen reibungsfrei gelagert ist, kann der Impuls nur über das Seil zufließen. Das Männchen „pumpt“ ihn aus der Erde über das Seil in den Wagen.

Wir haben es hier nur mit einer Komponente, der x-Komponente des Impulses zu tun. Der Wagen erhält positiven x-Impuls. Dieser fließt in Abb. 1a durch das Seil von rechts nach links.

Man könnte den Wagen auch mit positivem x-Impuls laden, indem man von hinten schiebt, Abb. 1b. Wir sehen, dass die folgende Regel gilt:

Wenn in x-Richtung Druckspannung herrscht, fließt x-Impuls in die positive Richtung, wenn Zugspannung herrscht, fließt er in die negative Richtung.

Entsprechendes gilt für die y- und die z-Richtung.

In Abb. 1c schließlich herrscht eine Biegespannung. Hier fließt der Impuls quer zur x-Richtung.

3 Impulsstromkreis

Abb. 2a zeigt, wie Impuls in einem geschlossenen Stromkreis fließt. Das Männchen pumpt ihn aus dem Brett, auf dem es steht, über das Seil in die Kiste, die sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Dort häuft er sich aber nicht an, denn in dem stationären Zustand, den wir betrachten, ändert sich der Impuls der Kiste nicht. Er fließt wegen der Reibung zurück in das Brett und zum Männchen. Dieser Stromkreis hat dieselbe Struktur wie ein einfacher elektrischer Stromkreis, Abb. 2b. So wie die Energie mithilfe der Kabel zum Lämpchen transportiert und dort dissipiert wird, so wird in Abb. 2a Energie vom Männchen (aus seinen Muskeln) mithilfe des Seils zur Unterseite der Kiste transportiert und dort dissipiert.

4 Geladener Kondensator

Abb. 3a zeigt einen geladenen Kondensator mit seinem Feld, dargestellt durch Feldlinien und Feldflächen. In Richtung der Feldlinien herrscht Zugspannung. Im Feld fließt also ein x-Impulsstrom von rechts nach links, Abb. 3b. Wären die Kondensatorplatten nicht fixiert, so würde der Impuls der linken auf Kosten der rechten Platte zunehmen.

Quer zu den Feldlinien, also parallel zu den Kondensatorplatten herrscht Druckspannung. Im Feld fließt ein y-Impulsstrom in die positive y-Richtung, also nach oben, Abb. 3c. Dieser biegt oben im Streufeld des Kondensators ab und mündet dann von oben in die Platten ein. Unmittelbar über dem Plattenrand herrscht also im Feld eine Zugspannung. In den Platten fließt der y-Impulsstrom dann wieder nach unten. Die Platten spüren das auch: Sie stehen in der Richtung parallel zu den Plattenflächen unter Zugspannung. Entsprechend fließt der hier nicht dargestellte z-Impulsstrom zwischen den Platten in die positive z-Richtung.

5 Tragwerke

Interessant sind die Auswirkungen der Impulsstrommechanik auf die Beschreibung der Statik der Tragwerke. Abb. 4 zeigt als Beispiel ein in der Mitte belastetes masseloses Tragwerk. In Abb. 4a sind die y-, in Abb. 4b die x-Impulsströme dargestellt. Da Impulsstromstärke und Kraft dieselbe physikalische Größe sind, erhält man die Impulsstromstärken mit den vertrauten Methoden der klassischen Statik, d. h. im Wesentlichen mit Kräftevielecken. In der Im-

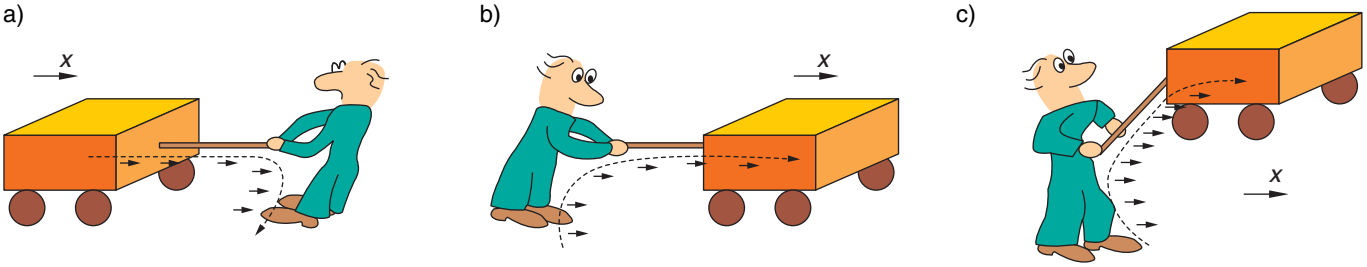
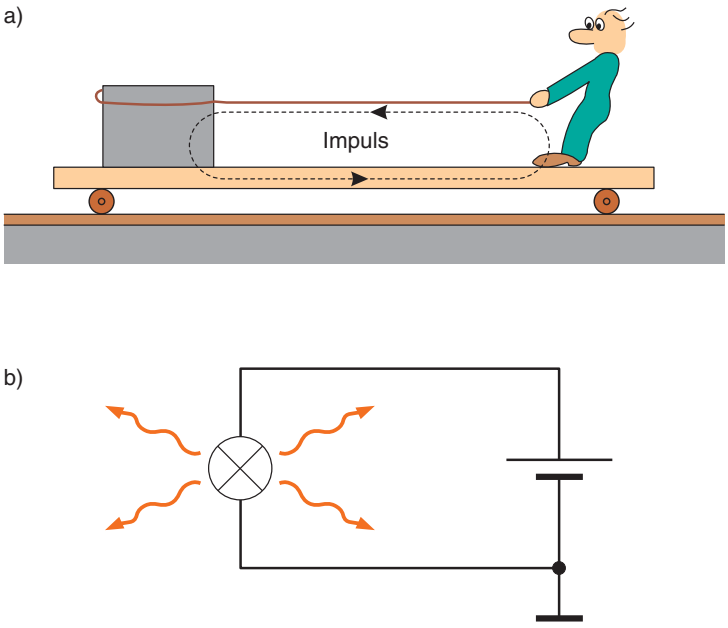


Abb. 1: Der Wagen wird mit x-Impuls „geladen“. Die kurzen Pfeile stellen den transportierten Impuls dar. (a) Der Impuls kommt von rechts, (b) von links und (c) von der Seite.

pulsstromsprache sind Kräfte-Dreiecke (und -Vielecke) Ausdruck der Gültigkeit der Knotenregel für Impulsströme.

Bei der Verwendung des Impulsstrombildes kommen zu diesem Verfahren einige Erleichterungen hinzu. Eine Darstellung wie in Abb. 4 gestattet es einem, sofort zu erkennen, dass ein Strom im Tragwerk keine Quellen und Senken hat. Außerdem sieht man den Bildern direkt an, ob in einem Stab Druck- oder Zugspannung herrscht: Fließt der Impuls in Abb. 4a nach oben (in die positive *y*-Richtung), so herrscht Druckspannung, dort wo er nach unten fließt, herrscht Zugspannung. Entsprechend herrscht in Abb. 4b dort Druckspannung, wo der Impuls nach rechts fließt, und Zugspannung, wo er nach links fließt. Schließlich sieht man Abb. 4 auch noch die Belastung der einzelnen Stäbe an. Das Verfahren zum Auffinden der Ströme in Tragwerken wird in [2] erläutert.

Abb. 2: (a) Impulsstromkreis: Das Männchen „pumpt" Impuls aus dem Brett über das Seil in die Kiste. Von der Kiste fließt der Impuls zurück ins Brett. (b) Elektrischer Stromkreis: Die Batterie „pumpt" die elektrische Ladung über den oberen Leiter in die Glühlampe. Von der Glühlampe fließt sie durch den unteren Leiter zurück zur Batterie.



6 Kompliziertere Felder

Schließlich wollen wir noch ein Beispiel einer Impulsstromverteilung für ein komplizierteres Feld betrachten: für das elektrische Feld von zwei elektrisch geladenen Zylindern, Abb. 5. Die Zylinder liegen senkrecht zur Zeichenebene [3,4].

Die Zylinder von Abb. 5a sind entgegengesetzt geladen. Man sieht der Abbildung mehreres an: Durch die senkrechte Mittelebene fließt Impuls von rechts nach links, in Übereinstimmung mit der Erwartung: Der Impuls muss ja vom rechten zum linken Zylinder gelangen.

Am linken Zylinder treten Impulsstromlinien auf der linken Seite nach links aus, und an der rechten Seite münden sie von rechts kommend ein. Beide Male fließt der Impuls nach links, beide Male herrscht Zugspannung. Das Feld zieht also am Zylinder nach außen. Der Zug an der rechten Seite ist aber größer als der an der linken. Es resultiert ein Nettozug nach rechts, nämlich in Richtung auf den anderen Zylinder. Das Entsprechende gilt für den rechten Zylinder: Auch an ihm zieht das Feld nach außen, und auch er wird zum anderen Zylinder hingezogen. Das Feld zieht also die beiden Zylinder zueinander hin. Das Bild ändert sich nicht, wenn positive und negative Ladung gegeneinander vertauscht werden: In beiden Fällen fließt der Impuls vom rechten zum linken Zylinder.

Die Zylinder von Abb. 5b sind gleichartig geladen. Wieder zieht das Feld an jedem der beiden Zylinder jeweils nach außen. Am linken Zylinder ist der Zug nach links stärker als nach rechts, der Zylinder wird also insgesamt nach links gezogen; der rechte Zylinder entsprechend nach rechts. Was wir gewöhnlich Abstoßung nennen, kann man also auch so beschreiben: Das Feld zieht die beiden Zylinder voneinander weg.

Die Impulsstromverteilungen in magnetischen Feldern sind bei gleichem Feldlinienverlauf identisch mit denen in elektrischen Feldern. Im Gravitationsfeld dagegen ist die Richtung des Impulsflusses bei gleichem Feldlinienverlauf gerade umgekehrt.

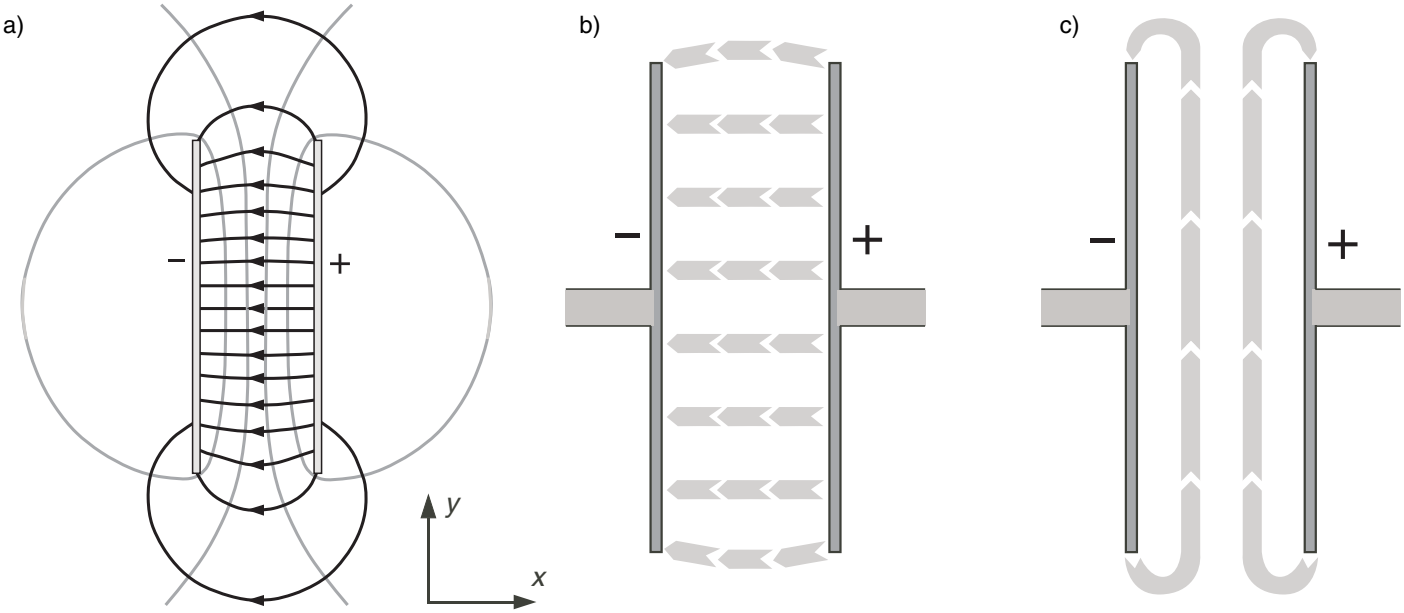


Abb. 3: Feldlinien und Feldflächen eines geladenen Kondensators (a). Zwischen den Platten des Kondensators fließt *x*-Impuls von rechts nach links (b) und *y*-Impuls von unten nach oben (c).

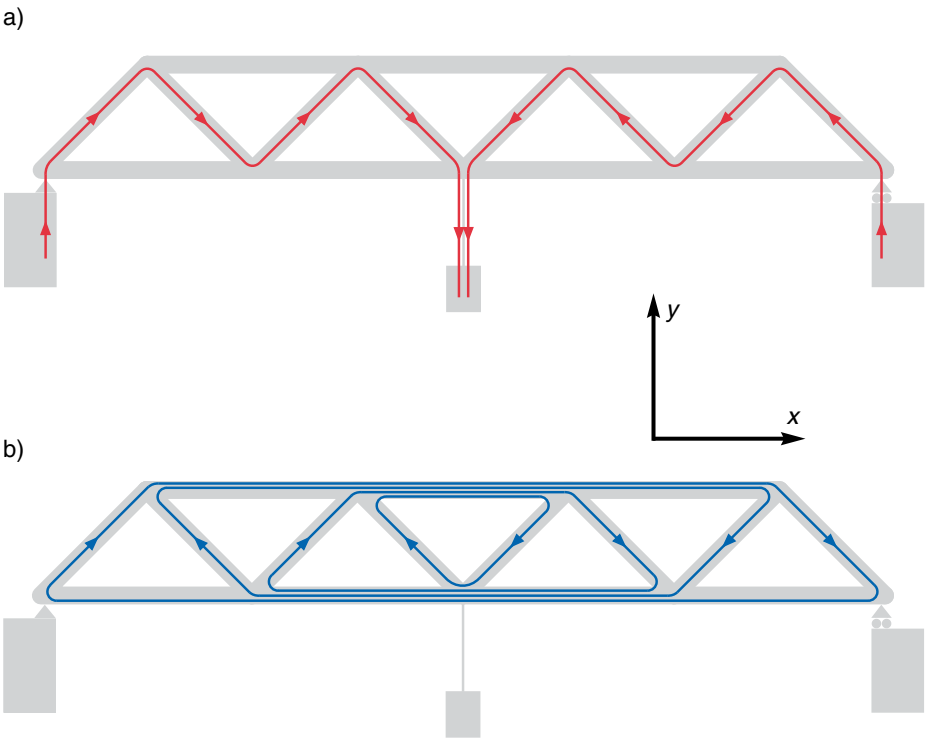


Abb. 4: (a) Der *y*-Impuls fließt von den Auflagern durch das Tragwerk im Zickzack zur Last in der Mitte. (b) Der *x*-Impulsstrom bildet geschlossene Stromkreise. Die Stromstärke ist in den horizontalen Streben in der Mitte größer als außen. Diese Streben sind am stärksten belastet, und zwar unten auf Zug und oben auf Druck.

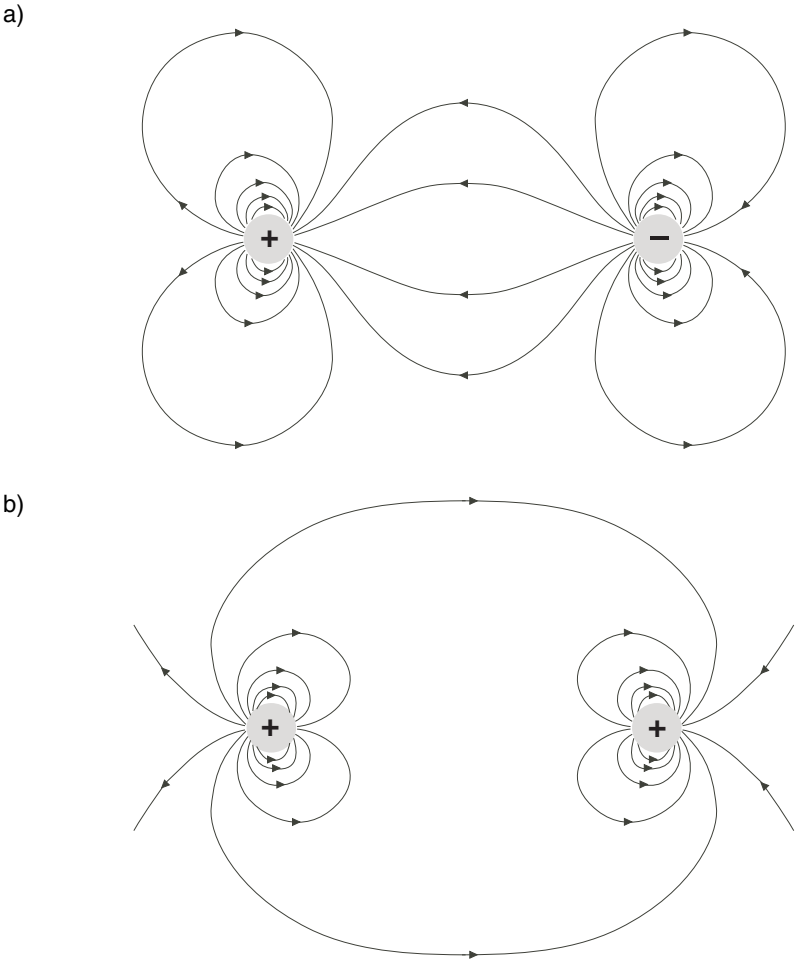


Abb. 5: Stromlinien des *x*-Impulses zwischen zwei geladenen Stäben. (a) Entgegengesetzte, (b) gleiche Ladung

Man braucht sich nicht zu wundern, wenn einem diese Betrachtungen nicht vertraut sind. Das Analogen in der traditionellen Mechanik wäre eine Darstellung der Verteilung des Maxwell'schen Spannungstensors in Feldern. Wegen unserer gewohnheitsmäßigen Fernwirkungssicht spielt aber die Frage nach den mechanischen Spannungen im Feld in der Lehre der Physik kaum eine Rolle. Für viele Anwendungen sind sie aber wichtig: für die Berechnung von großen Transformatoren, beim Einschluss des Plasmas in einem Fusionsreaktor, oder bei der Erklärung des Verhaltens von kosmischen Magnetfeldern.

7 Schlussbemerkungen

Wir haben Impulsstromverteilungen an Hand verschiedener Beispiele betrachtet. Die ersten beiden Beispiele passen in den Anfangsunterricht. Die Schülerinnen und Schüler lernen eine wichtige Regel, mit der sie die Richtung des Impulsstroms angeben können, wenn sie den Spannungszustand eines Gegenstandes kennen:

- Druckspannung: Impuls fließt nach rechts;
- Zugspannung: Impuls fließt nach links;
- Biegespannung: Impuls fließt quer.

Sie lernen außerdem, dass Impuls oft in einem Stromkreis fließt.

Mit den weiteren Beispielen, nämlich den Impulsstromverteilungen in Tragwerken und Feldern wurde angedeutet, wie sich die Anwendung des Impulsstrommodells auf kompliziertere Fragestellungen auswirkt. ■

Literatur

[1] F. Herrmann: Der Karlsruher Physikkurs – Energie, Impuls, Entropie, 9. Auflage, Aulis-Verlag (2010)

[2] M. Grabois und F. Herrmann: Momentum flow diagrams for just-rigid structures, Eur. J. Phys. 21 (2000), S. 591-601

[3] F. Herrmann und G. B. Schmid: Momentum flow in the electromagnetic field, Am. J. Phys. 53 (1985), S. 415-420

[4] G. Falk, G. Heiduck und G. B. Schmid: Impulsströme im elektromagnetischen Feld, Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts, Schroedel Schulbuchverlag (1982), S. 53-64

[5] G. Heiduck und F. Herrmann: Momentum flow in the gravitational field, Eur. J. Phys. 8 (1987), S. 41-43

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe, E-Mail: f.herrmann@kit.edu

Drehimpuls und Drehimpulsströme

H. Hauptmann

1 Einleitung

Im Folgenden wird eine elementare Einführung in die Physik des Drehimpulses und seiner Ströme anhand einiger Experimente mit Schwungrädern vorgestellt. Bei der traditionellen Darstellung der Mechanik gilt der Drehimpuls allerdings als schwierige und unanschauliche Größe. Der Drehimpuls eines Massenpunktes wird definiert als Kreuzprodukt aus Ortsvektor und Impuls: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. Diese Definition ist für die Schule mathematisch schwierig wegen des Kreuzproduktes, und physikalisch schwierig, weil es sich um eine aus anderen Größen zusammengesetzte Größe handelt, von der man sich kaum eine vernünftige Anschauung bilden kann.

Tatsächlich kann man die Rotationsmechanik aber sehr einfach behandeln, denn der Drehimpuls ist genauso anschaulich wie andere mengenartige Größen, z. B. der Impuls oder die elektrische Ladung[1]. Drehimpuls und Drehimpulsströme können dann ganz analog zur Translationsmechanik mit Impuls und Impulsströmen beschrieben werden, siehe [1] und [2]. Eine Übersetzungstabelle zwischen den Gebieten zeigt Tab. 1. Mit geringem Aufwand kann so in kurzer Zeit viel Verständnis bei den Schülern erreicht werden.

Translationsmechanik	Rotationsmechanik
Impuls $\vec{p}$	Drehimpuls $\vec{L}$
Geschwindigkeit $\vec{v}$	Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$
Masse m	Trägheitsmoment J
Impulsstrom oder Kraft $\vec{F}$	Drehimpulsstrom oder Drehmoment $\vec{M}$
kinetische Energie E_{kin}	Rotationsenergie E_{rot}

Tab. 1: Analoge Größen in der Translations- und Rotationsmechanik

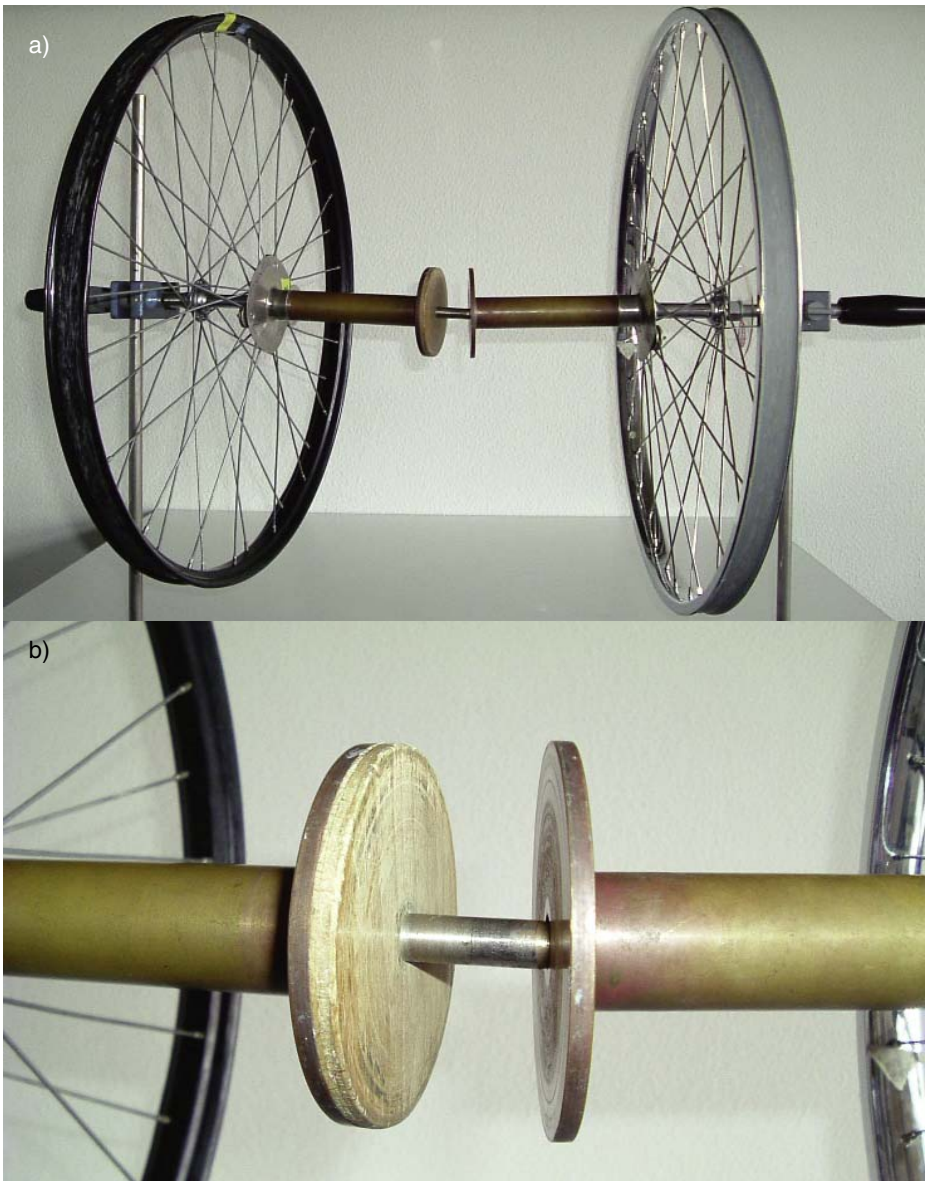
2 Der Drehimpuls als „(Dreh-)Schwung“, „Drall“ oder „Spin“

Die Unterrichtseinheit beginnt mit der zugrunde liegenden Größe, dem Drehimpuls.

Experiment 1: Ein Schwungrad wird in Drehung versetzt. Es hat Schwung. Wenn es gut gelagert ist, behält es diesen Schwung auch bei, wenn es im Raum herumgetragen wird[2]. Die Physiker nennen diesen Schwung „Drehimpuls“.

Das Rad enthält umso mehr Drehimpuls, je schwerer es ist und je schneller sich das Rad dreht. Im Rahmen der Diskussion,

Abb. 1: (a) Zwei Schwungräder werden über eine Rutschkupplung miteinander verbunden. (b) Rutschkupplung: In den Verlängerungen der Drehachsen befinden sich zwei Scheiben. Diese werden, zentriert über eine Führung, aufeinander gepresst. Recht einfach ist das mit einem Rohr auf der einen und einem Korken auf der anderen Drehachse zu realisieren.



[1] *Der Drehimpuls hat gegenüber diesen Größen im Klassenraum sogar Vorteile: Im Gegensatz zu einem elektrisch geladenen Körper sieht man einem Körper die Beladung mit Drehimpuls direkt an, und gegenüber einem mit Impuls beladenen Körper hat man den Vorteil, dass der rotierende Körper am Platz bleibt.*

[2] *Solange man die Drehachse parallel zur ursprünglichen Richtung belässt.*

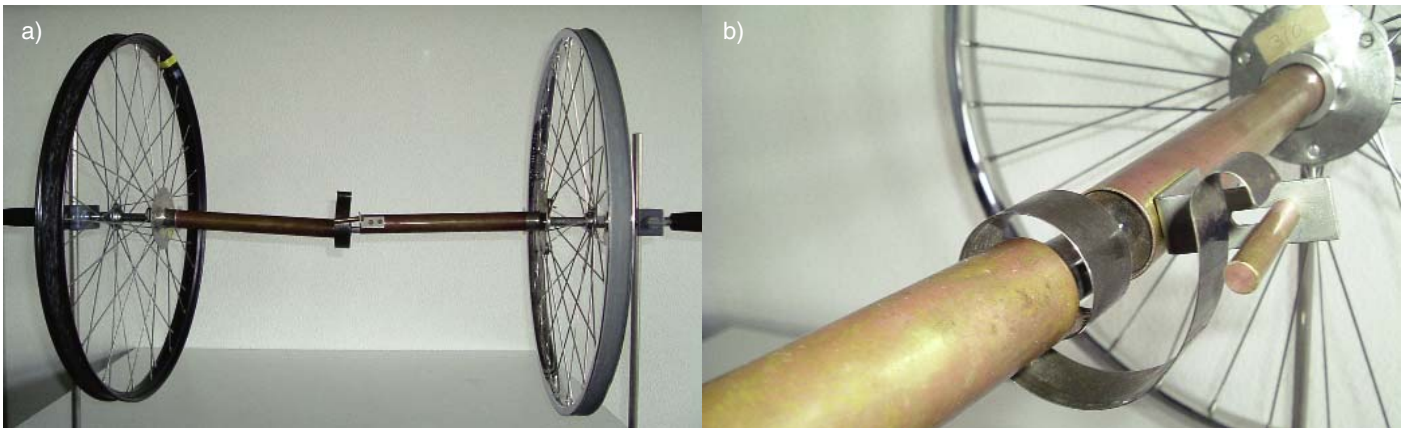


Abb. 2: (a) Ein Schwungrad wird über eine Schraubenfeder an ein zweites Schwungrad angekoppelt. (b) Schraubenfeder.

wie die Geschwindigkeit der Drehung eines Rades angegeben werden kann, wird die Größe Winkelgeschwindigkeit eingeführt.

Um die Unterscheidung zum Impuls deutlich zu machen, sollte man ansprechen, dass ein Rad ausschließlich mit Drehimpuls, ausschließlich mit Impuls oder mit beidem beladen sein kann. Gerade auch wegen der Ähnlichkeit der Namen ist es wichtig zu betonen, dass es sich bei Drehimpuls und Impuls um voneinander unabhängige Größen handelt.

3 Drehimpulsströme

Indem in den folgenden Experimenten Bilanzen für den Drehimpuls aufgestellt werden, d. h. indem man fragt, „Wohin geht der Drehimpuls?“ oder „Woher kommt er?“, erhält man die Drehimpulsströme ganz automatisch. Hat man von einer Größe eine mengenartige Anschauung, so entspricht die Existenz des zugehörigen Stroms unseren Erwartungen.

Experiment 2: Ein rotierendes Schwungrad wird über eine Rutschkupplung für kurze Zeit mit einem zweiten Schwungrad, das zunächst in Ruhe war, verbunden, siehe Abb. 1a und 1b. Man beobachtet, dass das erste Rad seine Winkelgeschwindigkeit verringert hat, während das zweite zu rotieren begann.

Erklärung: Offensichtlich hat der Drehimpuls des ersten Rades ab-, der des zweiten Rades zugenommen. Da die einzige Verbindung zwischen den Rädern die Rutschkupplung war, können wir schließen: Ein Teil des Drehimpulses des ersten Rades ist über die Rutschkupplung zum zweiten Rad geflossen.

Experiment 3: Das Experiment wird wiederholt, diesmal bleibt die Verbindung über die Rutschkupplung aber bestehen. Man beobachtet, dass das erste Rad langsamer wird und das zweite Rad schneller, bis beide Räder die gleiche Winkelgeschwindigkeit erreicht haben[3].

Erklärung: Der Drehimpuls fließt von selbst von Stellen hoher zu Stellen niedriger Winkelgeschwindigkeit. Ein Unterschied in der Winkelgeschwindigkeit ist ein Antrieb für einen Drehimpulsstrom.

Experiment 4: Die beiden Schwungräder werden in unterschiedliche Richtung in Drehung versetzt. Um beide Räder gleich schnell anzudrehen, kann man eine Bohrmaschine[4] verwenden, an der eine Gummischeibe befestigt ist, die man auf dem Rand des Schwungrades abrollen lässt. Verbindet man jetzt die Räder über die Rutschkupplung miteinander, so beobachtet man, dass die Räder zum Stillstand kommen.

Erklärung: Da der Drehimpuls am Ende insgesamt Null beträgt und kein Drehimpuls abgeflossen ist, können wir schließen, dass der Drehimpuls positive und negative Werte annehmen kann. Der Drehimpuls in den beiden Rädern hatte zu Anfang den gleichen Betrag, aber umgekehrtes Vorzeichen.

Wenn zu diesem Zeitpunkt schon andere vektorielle Größen bekannt sind, bietet es sich an, an dieser Stelle auch auf den Vektorcharakter von Drehimpuls und Winkelgeschwindigkeit einzugehen[5]. Drehimpuls und Winkelgeschwindigkeit haben eine ausgezeichnete Richtung, die von der Lage der Drehachse im Raum abhängig ist. Die Richtung von $\vec{L}$ und $\vec{\omega}$ wird durch die „Rechte-Hand-Regel“ festgelegt: „Umfasst die rechte Hand die Drehachse so, dass die gekrümmten Finger in Drehrichtung zeigen, so zeigt der abgespreizte Daumen in Richtung des Drehimpuls- und Winkelgeschwindigkeitsvektors.“ Wie beim Impuls kann auch der Drehimpuls in drei zueinander senkrechte Komponenten aufgespaltet werden, die einzeln erhalten sind.

Experiment 5: Die Schüler erhalten nacheinander ein schnell rotierendes Schwungrad in die Hand, dessen Drehachse sie z. B. aus der waagerechten in die senkrechte Position drehen sollen. Sie spüren dabei ein starkes Zerren in Hand und Arm.

Erklärung: Der zunächst im Rad enthaltene x-Drehimpuls fließt durch Hand und Arm ab, während gleichzeitig z-Drehimpuls in das Rad hineinfließt.

Experiment 6: Das drehende Schwungrad wird über eine Schraubenfeder, siehe Abb. 2a und 2b, elastisch an das ruhende Schwungrad angekoppelt und die Verbindung gelöst, wenn das erste Rad gerade zur Ruhe gekommen ist[6].

Erklärung: Der gesamte Drehimpuls ist vom ersten zum zweiten Rad geflossen.

4 Drehimpulspumpen und Drehimpulserhaltung

Da von Anfang an Bilanzen für den Drehimpuls aufgestellt werden, wird durch Beobachtungen und Sprechweise kein Zweifel daran gelassen, dass es sich beim Drehimpuls um eine erhaltene Größe handelt. Dies kann in den folgenden Experimenten mit Schwungrad und Drehstuhl noch verdeutlicht werden.

Experiment 7: Ein Schüler auf einem Drehstuhl bremst ein schnell rotierendes Schwungrad, dessen Drehachse senkrecht steht, langsam ab. Man beobachtet, dass sich der Schüler dabei selbst anfängt zu drehen, und zwar in dieselbe Richtung wie das Schwungrad.

[3] *Das Experiment entspricht einem inelastischen Stoßvorgang in der Translationsmechanik.*

[4] *Steht keine Bohrmaschinen mit einstellbarer Drehzahl zur Verfügung gibt man immer „Vollgas“ und kann die Geschwindigkeit nur über die Größe der Gummischeibe regulieren.*

[5] *In der Oberstufe wird dies im Allgemeinen der Fall sein.*

[6] *Das Experiment entspricht einem elastischen Stoßvorgang in der Translationsmechanik*

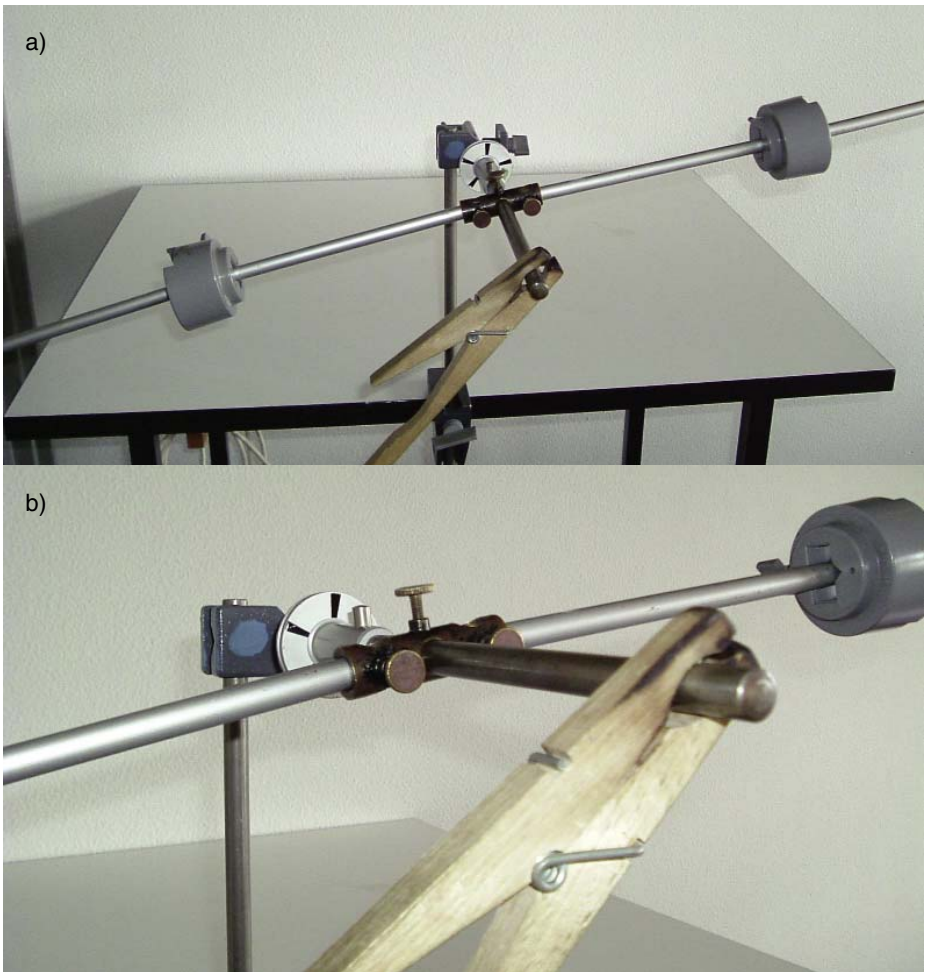
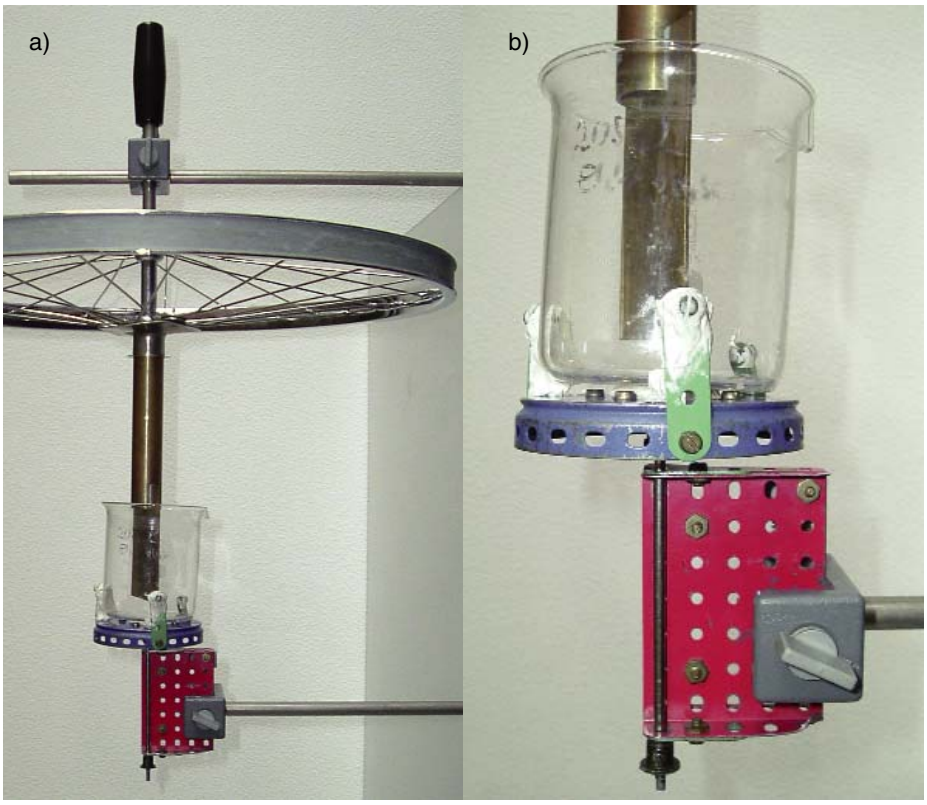


Abb. 3: (a) Anordnung zur Messung des Drehimpulses eines rotierenden Körpers in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit, Masse und Position der Mass. (b) Messprinzip: Der Körper wird über die Klammer gebremst, die Bremszeit ist ein Maß für den ursprünglichen Drehimpuls der Anordnung.

Abb. 4: (a) Anordnung zur Untersuchung der Leitfähigkeit verschiedener Stoffe (im Becherglas) für Drehimpuls. (b) Das Becherglas wird durch die Kurbel unten in Drehung versetzt.



Erklärung: Der Drehimpuls des Schwungrades hat sich auf Schwungrad und Schüler verteilt.

Wir schließen weiter: Ist ein Schwungrad schlecht gelagert, so fließt der Drehimpuls in die Erde ab. Aufgrund ihrer großen Masse ändert die Erde dabei nicht ihre Winkelgeschwindigkeit.

Experiment 8: Ein Schüler auf einem Drehstuhl setzt ein Schwungrad mit senkrecht stehender Drehachse in Bewegung. Der Schüler beginnt sich dabei in die dem Rad entgegengesetzte Richtung zu drehen.

Erklärung: Der Schüler pumpt Drehimpuls aus seinem Körper in das Schwungrad.

Stellt der Schüler beim Andrehen des Schwungrades die Beine auf dem Boden, so bleibt er selbst in Ruhe, der Drehimpuls fließt aus der Erde, durch den Schüler, in das Schwungrad.

Wir folgern daraus: Lager (hier das Lager des Drehstuhls) dienen zur Drehimpulsisolation.

Hat man den Vektorcharakter des Drehimpulses angesprochen, kann man auch noch das folgende Experiment durchführen.

Experiment 9: Ein Schüler auf einem Drehstuhl setzt ein Schwungrad bei waagerecht gehaltener Drehachse in Bewegung. Er bleibt dabei in Ruhe. Anschließend dreht er die Drehachse aus der waagerechten in die senkrechte Position. Er beginnt sich in die umgekehrte Richtung wie das Schwungrad zu drehen.

Erklärung: Der Drehimpuls ist komponentenweise erhalten (vgl. Experiment 5). Lager isolieren nur Drehimpuls einer Richtung.

5 Wovon der Drehimpulsinhalt abhängt; das Trägheitsmoment

Wie viel Drehimpuls enthält ein rotierender Körper? Anschaulich ist klar, der Drehimpuls hängt ab von der Winkelgeschwindigkeit und der Masse des Körpers. Man sieht aber leicht, dass auch die Position bzw. Verteilung der Masse eine Rolle spielt. Um dies genauer zu untersuchen, kann die folgende Anordnung verwendet werden:

An einer Drehachse ist eine Stange rechtwinklig befestigt, an der verschiedene Gewichte radial verschoben werden können, siehe Abb. 3a. Die Stange ist möglichst leicht im Vergleich zu den Gewichten[7]. Jetzt misst man den Drehimpuls der Anordnung in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit ω, und, bei konstantem ω, von der Masse m der Gewichte und ihrem Abstand r zur Drehachse. Das Messverfahren beruht auf der Mengenartigkeit

Abb. 5: Der Drehimpulsstrom in einer Welle wird durch die Verdrillung sichtbar gemacht.

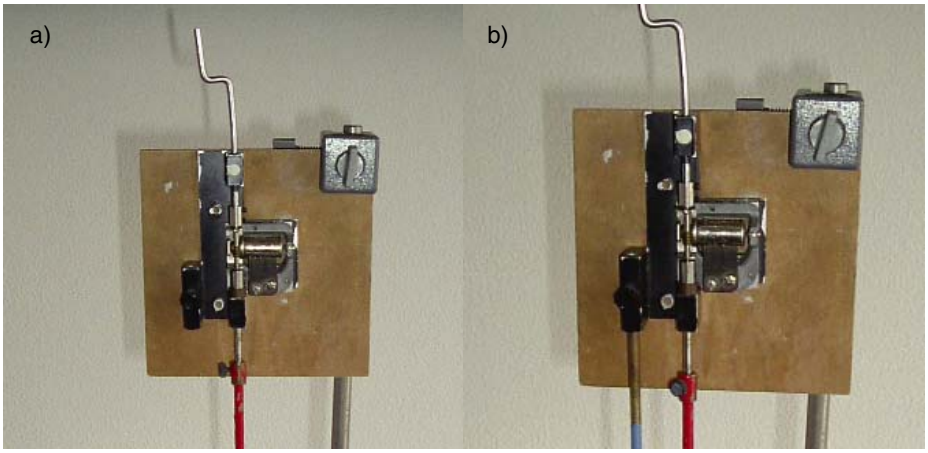


Abb. 6: (a) Der Drehimpulsstromkreis ist unterbrochen, (b) geschlossener Drehimpulsstromkreis, die Spieluhr macht Musik.

des Drehimpulses: Bremst man einen rotierenden Körper so ab, dass der aus dem Körper fließende Drehimpulsstrom I_L zeitlich konstant ist, so ist die Zeitdauer t, bis er zum Stillstand kommt, ein Maß für die ursprünglich in dem Körper enthaltene Drehimpulsmenge, denn:

$$|\vec{L}| = \int_0^t I_L dt = I_L t$$

Einen konstanten Drehimpulsstrom erreicht man, indem man mit einer auf der Drehachse befestigten Klammer bremst, z. B. einer Reagenzglasklammer, siehe Abb. 3b. Da die Gleitreibung zwischen Festkörpern unabhängig von der Relativgeschwindigkeit zwischen den Festkörpern ist, ist das von der Klammer ausgeübte Drehmoment konstant, und damit auch der Drehimpulsstrom aus dem rotierenden Körper. Damit der Körper zu Beginn der Messung immer dieselbe Winkelgeschwindigkeit hat, kann man zum Andrehen wieder eine Bohrmaschine mit einer kleinen Gummischeibe, die man auf der Drehachse des Körpers abrollen lässt, verwenden.

Experiment 10: Abhängigkeit des Drehimpulses L eines rotierenden Körpers von der Winkelgeschwindigkeit ω, der Masse m und der Position r der Masse.

Ergebnis: $L \sim \omega$, $L \sim m$ und $L \sim r^2$

Insgesamt erhält man aufgrund der passenden Festlegung der Einheit für den Drehimpuls: $L = m r^2 \omega = J \omega$. Dabei wurde der Term $m r^2$ zum Trägheitsmoment J zusammengefasst. Es sagt uns, wie viel Drehimpuls ein Körper bei gegebener Winkelgeschwindigkeit enthält, und spielt die gleiche Rolle wie die Masse für den Impuls.

6 Drehimpulsleiter

Experiment 11: Wir wollen die Leitfähigkeit verschiedener Stoffe für Drehimpuls untersuchen. Dazu wird ein Becherglas so auf einer Halterung befestigt, dass es mit einer Kurbel in Drehung versetzt werden kann. In das Becherglas ragt eine an der Drehachse des Schwungrades befestigte „Schaufel“, siehe Abb. 4a und 4b. Man füllt das Becherglas mit verschiedenen Stoffen und dreht an der Kurbel.

Ergebnis: Feststoffe (z. B. durchgehende Wellen) leiten den Drehimpuls. Luft leitet Drehimpuls (fast) nicht. Flüssigkeiten (Wasser, Öl) leiten den Drehimpuls umso besser, je zähflüssiger sie sind[8].

Experiment 12: Verwendet man statt einer stabilen Welle einen dünnen Metallstreifen, kann man den Drehimpulsstrom sichtbar machen, siehe Abb. 5. Die Welle verdrillt sich umso stärker, je größer der Drehimpulsstrom.

Ergebnis: Fließt ein Drehimpulsstrom durch einen Körper, so steht der Körper unter Torsionsspannung.

7 Drehimpulsstromkreise

Experiment 13: Die Welle einer Spieluhr wird mit der Achse eines Motors über eine Stange verbunden, Abb. 6a. Hängt die Spieluhr frei herunter, dreht sie sich mit und macht keine Musik. Erst wenn man die Gehäuse von Spieluhr und Motor über eine weitere Stange verbindet, siehe Abb. 6b, erklingt die Musik.

Erklärung: Der Drehimpuls fließt in einem geschlossenen Stromkreis vom Motor über die erste Stange zur Spieluhr und über die zweite Stange zurück.

Die zweite Stange kann auch durch eine Unterlage ersetzt werden.

8 Ausblick

Auch der Drehimpuls ist ein Energieträger, siehe den Aufsatz *Energie- und Energieträgerströme* von *K. Schneider* in diesem Heft. Eine Behandlung dieser Frage ist sehr lohnend, und gestattet etwa die Beschreibung von Getrieben als „Transformatoren der Rotation“. Eine Behandlung der Zusammenhänge zwischen Drehimpuls und Energie, sowie Drehimpulsströmen und Energieströmen würde allerdings den Rahmen dieses Aufsatzes sprengen. ■

Literatur:

[1] F. Herrmann: Der Karlsruher Physikkurs – Energie, Impuls, Entropie, 9. Auflage, AULIS Verlag (2010)

[2] F. Herrmann: Der Karlsruher Physikkurs für die Sekundarstufe 2 – Mechanik, 1. Auflage, AULIS Verlag (2008)

Anschrift des Verfassers

Dr. Holger Hauptmann, Europa-Gymnasium Wörth, Forststr. 1, 76744 Wörth

E-Mail: holger.hauptmann@gmx.de

[7] *Man kann so näherungsweise davon ausgehen, dass das Trägheitsmoment der Anordnung nur von den Gewichten abhängt.*

[8] *Statt Öl, Honig oder ähnlichen Materialien hat man mit Reis oder Sand deutlich weniger Reinigungsaufwand.*

Energieströme im elektromagnetischen Feld

P. Schmälzle

Im Alltag sind Energieströme, die mithilfe elektrischer und magnetischer Felder übertragen werden, von großer Bedeutung. Im Physikunterricht erfahren unsere Schülerinnen und Schüler dazu wenig. Bei der quantitativen Behandlung elektrischer und magnetischer Felder im Oberstufenunterricht wird die Energiespeicherung in diesen Feldern durchaus genauer betrachtet. Die Frage, wie es mithilfe dieser Felder gelingt, Energie zu übertragen, wird nicht in gleichem Maße behandelt. Nur an einer Stelle ist es üblich, dazu etwas zu sagen, nämlich bei der Behandlung elektromagnetischer Wellen. Nachfolgend soll anhand einiger konkreter Beispiele gezeigt werden, dass sich Energieübertragungen mithilfe des Poynting-Vektors nicht nur im Zusammenhang mit elektromagnetischen Wellen gewinnbringend beschreiben lassen.

Abb. 1: Einfacher elektrischer Stromkreis

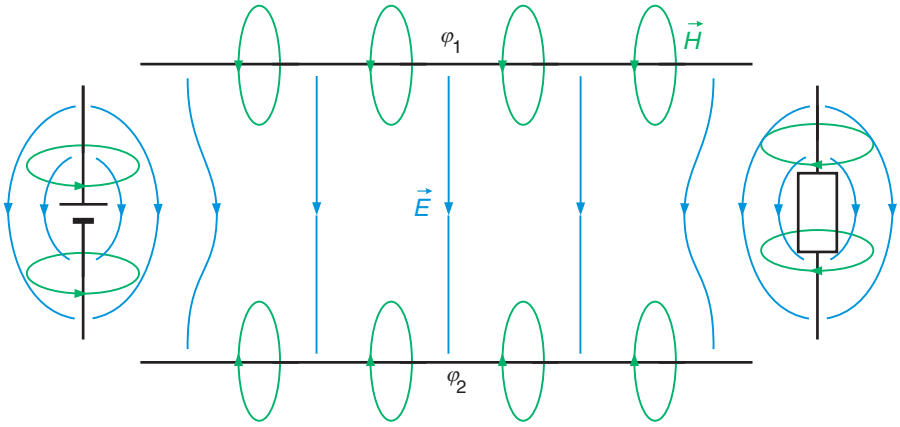


Abb. 2: Angedeuteter Verlauf der Feldlinien des elektrischen Feldes und des Magnetfeldes beim einfachen elektrischen Stromkreis

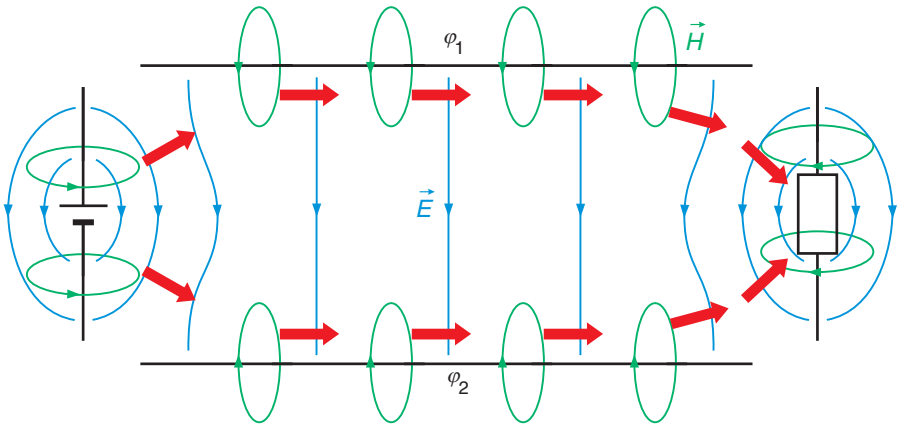


Abb. 3: Qualitativer Verlauf der resultierenden Energieströmung

Bei der Energie handelt es sich um eine mengenartige Größe, die sich durch eine Kontinuitätsgleichung lokal bilanzieren lässt.

$$\frac{\partial \rho_E}{\partial t} + div\,\vec{j}_E = \sigma_E \qquad (1)$$

Dabei ist ρ_E die Energiedichte, $\vec{j}_E$ die Energiestromdichte und σ_E ist die Quelldichte der Energie. Aus den Maxwell-Gleichungen folgt:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_0}{2}\vec{E}^2 + \frac{\mu_0}{2}\vec{H}^2\right) + div\,(\vec{E}\times\vec{H}) = -\vec{E}\cdot\vec{j} - \vec{E}\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} - \vec{H}\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \qquad (2)$$

Dabei entspricht der erste Summand der linken Seite der zeitlichen Änderung der Energiedichte des physikalischen Systems Elektromagnetisches Feld. Der zweite Summand der linken Seite stellt die Divergenz des Poynting-Vektors dar, also die Divergenz der Energiestromdichte des Systems Elektromagnetisches Feld. Mit der Ladungsstromdichte $\vec{j}$, der Magnetisierung $\vec{M}$ und der Polarisierung $\vec{P}$ stehen auf der rechten Seite physikalische Größen, die Zustände des Systems Materie beschreiben. Damit bringt die rechte Seite der Beziehung (2) zum Ausdruck, in welchem Maße Energie in dem System Elektromagnetisches Feld erscheint bzw. verschwindet, indem diese Energie vom System Materie geliefert bzw. aufgenommen wird [1].

Für zeitlich stationäre Anordnungen lässt sich der Energieaustausch zwischen Materie und dem System Elektromagnetisches Feld durch die einfachere Beziehung (3) beschreiben [2]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_0}{2}\vec{E}^2 + \frac{\mu_0}{2}\vec{H}^2\right) + div\,(\vec{E}\times\vec{H}) = -\vec{E}\cdot\vec{j}. \qquad (3)$$

Mithilfe von Beziehung (3) gelingt insbesondere die Untersuchung einfacher elektrischer Stromkreise. Betrachten wir dazu eine aus einer Batterie, einem ohmschen Widerstand und zwei Leitungen bestehende Anordnung, Abb. 1.

Üblicherweise werden die Leitungen in Schaltskizzen als widerstandslos angesehen. Im Inneren derartiger Leitungen hat

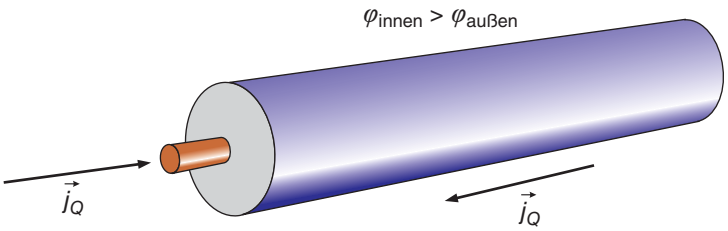


Abb. 4: Koaxialkabel

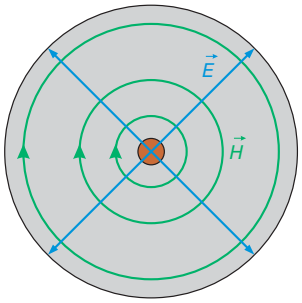


Abb. 5: Feldstärken im Koaxialkabel

die elektrische Feldstärke den Wert null. Die Oberflächen der Hin- bzw. Rückleitung sind Äquipotenzialflächen, auf denen die Feldlinien des elektrischen Feldes orthogonal beginnen bzw. enden. Die in den Leitungen vorhandene Ladungsstromdichte führt im Außenbereich zu einem Magnetfeld, das sich durch kreisförmige Feldlinien („Rechte-Faust-Regel“) beschreiben lässt. Lässt man die etwas problematischen Ecken einer Schaltskizze außer Betracht, so ergibt sich in etwa der in Abb. 2 dargestellte Feldlinienverlauf.

Im Hinblick auf die Energieübertragung kann man hieran Folgendes ablesen:

- Die Energiestromdichte ist nur außerhalb der Leitungen ungleich Null.
- In Leitungsnähe ist die Energiestromdichte betragsmäßig am größten.
- Der Energiestromdichtevektor zeigt in der Umgebung von Hin- und Rückleitung von der Batterie zum Widerstand, Abb. 3.
- Für das System Elektromagnetisches Feld stellt die Batterie eine Energiequelle dar ($\vec{E}\cdot\vec{j}<0$), der ohmsche Widerstand eine Energiesenke ($\vec{E}\cdot\vec{j}>0$).

Betrachtet man anstelle der idealen Leitungen einer Schaltskizze reale Leitungen mit einem geringen elektrischen Widerstand, so hat die elektrische Feldstärke im Inneren der Leitungen einen von Null verschiedenen Betrag. Die Feldlinien stehen dann nicht mehr orthogonal auf den Leitungsoberflächen; sie haben in Leitungsnähe jeweils eine Komponente in Richtung des jeweiligen Ladungsstromdichtevektors $\vec{j}$. Diese realistischere Annahme führt dazu, dass ein Teil der aus der Batterie strömenden Energie nicht zu dem Widerstand rechts gelangt, sondern vom System Feld an die Hin- und Rückleitung abgegeben wird.

Wird die Funktion von Hin- und Rückleitung von einem Koaxialkabel (Abb. 4) übernommen, so ergeben sich besonders einfache Feldlinienverläufe. Geht man von ideal leitendem Innen- und Außenleiter aus, so hat die elektrische Feldstärke nur im Bereich zwischen Innen- und Außenleiter einen von null verschiedenen Betrag. Die zugehörigen Feldlinien des elektrischen Feldes verlaufen radial nach außen, falls $\varphi_{\text{innen}} > \varphi_{\text{außen}}$ und radial nach innen, falls $\varphi_{\text{innen}} < \varphi_{\text{außen}}$. Im Außenbereich beider Leiter ist der insgesamt umfasste Ladungsstrom null, deshalb befindet sich in diesem Bereich auch kein Magnetfeld. Im Bereich zwischen den beiden Leitern führt der im Innenleiter fließende Ladungsstrom zu einem Magnetfeld, das sich durch Feldlinien beschreiben lässt, die den Innenleiter als konzentrische Kreise umgeben, Abb. 5.

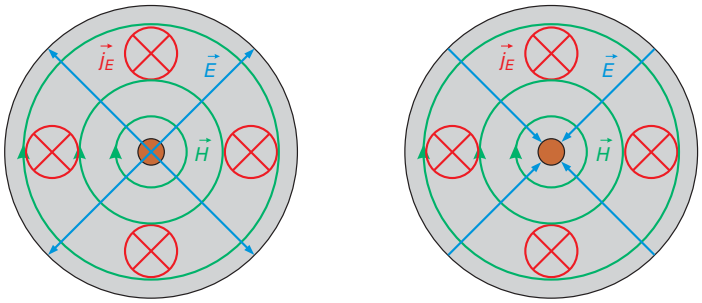


Abb. 6: Energiestromdichte im Koaxialkabel

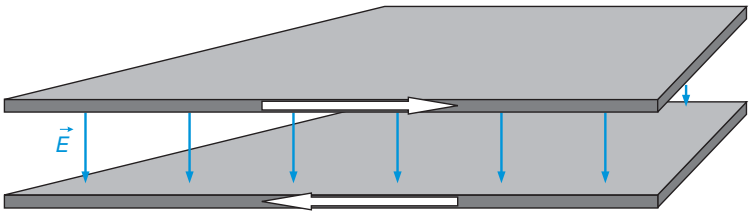


Abb. 7: Ladungsstrom in flächenhaften Leitungen

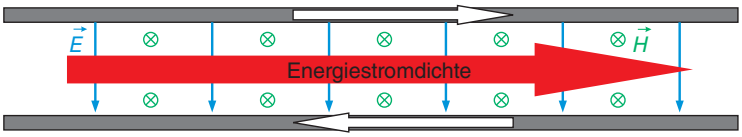


Abb. 8: Energiestromdichte bei flächenhaften Leitungen (Schnittzeichnung)

Der Poynting-Vektor führt somit nur im Bereich zwischen Innen- und Außenleiter zu einer von Null verschiedenen Energiestromdichte. Dabei findet der Energietransport parallel zur Achse des Koaxialkabels statt, und zwar in dieselbe Richtung, die der Ladungsstromdichtevektor $\vec{j}$ in dem Leiter mit dem höheren Potenzialwert hat. Wird als Energiequelle anstelle einer Batterie ein Netzgerät verwendet, das eine Wechselspannung liefert, so ändert sich ständig die Polarität von Innen- und Außenleiter. Auch die Richtung des Ladungsstromdichtevektors $\vec{j}$ ändert sich dann ständig. Insgesamt führt das zu einer gleichzeitigen Richtungsumkehr von elektrischer und magnetischer Feldstärke. Der Poynting-Vektor – und damit die Energiestromdichte – behalten aber ihre Richtung bei, Abb. 6.

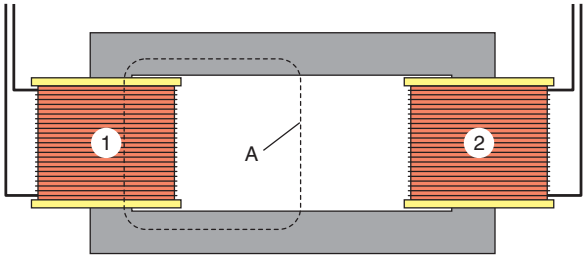


Abb. 9: Transformator mit langgezogenem Kern

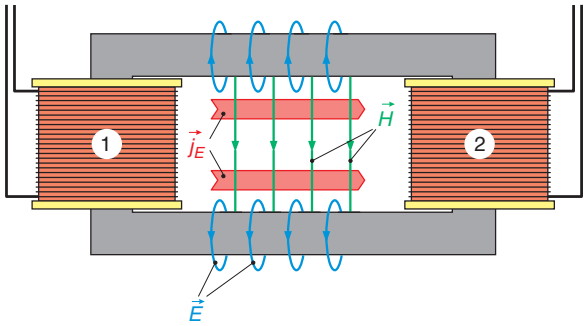


Abb. 10: Feldstärken und Energiestromdichte beim Transformator

Eine besonders einfache Feldkonfiguration ergibt sich auch, wenn anstelle der Hin- und Rückleitung des einfachen elektrischen Stromkreises flächenhafte Leiter betrachtet werden. Man kann sich die Anordnung wie einen (unendlich ausgedehnten) Plattenkondensator vorstellen, Abb. 7. Geht man dabei von ideal leitenden Platten aus, in denen der Ladungsstrom fließt, so besteht nur im Zwischenraum der Platten ein elektrisches Feld. Die zugehörigen Feldlinien sind orthogonal zu den Platten ausgerichtet. Die in den Platten vorhandene Ladungsstromdichte führt im Bereich zwischen den Platten zu einem Magnetfeld, das sich durch Feldlinien beschreiben lässt, die parallel zu den Platten und orthogonal zu den Stromdichtevektoren verlaufen. Dadurch findet nur im Bereich zwischen den Platten ein Energietransport statt. Der Energiestromdichtevektor verläuft dabei parallel zu den Platten und hat dieselbe Richtung wie der Ladungsstromdichtevektor in der Platte mit dem höheren Potenzialwert, Abb. 8.

Als letztes Beispiel für die Beschreibung eines Energietransports mithilfe des Poynting-Vektors soll die Energieübertragung aus dem Primärkreis in den Sekundärkreis eines Transformators betrachtet werden. Wir wählen einen Transformator mit lang gezogenem Kern, um eine möglichst einfache Darstellung zu erhalten, Abb. 9. Wieder nehmen wir vereinfachend an, dass die beiden Spulen vernachlässigbare ohmsche Widerstände besitzen (im Idealfall: supraleitende Spulen). Und der Kern bestehe aus einem magnetisch ideal leitenden Material, sodass die magnetische Feldstärke im Inneren des Kerns den Wert Null annimmt.

Bei einer Primärspule mit n_1 Windungen und der elektrischen Stromstärke I_1 führt die als Ampère'sches Gesetz bekannte Maxwell-Gleichung für den Integrationsweg A zu der Aussage

$$\oint_A \vec{H}\cdot d\vec{r} = n_1 I_1.$$

Wenn die magnetische Feldstärke im Inneren des Kerns den Wert null hat, leistet nur der Wegabschnitt zwischen den Schenkeln des Kerns einen Beitrag zum Wert des Integrals. In diesem Bereich ist ein Magnetfeld vorhanden, das sich durch Feldlinien beschreiben lässt, die senkrecht zu den Schenkeln verlaufen. Die an der Primärspule anliegende Wechselspannung bewirkt, dass sich die Magnetisierung innerhalb der Schenkel zeitlich ständig ändert. Dies führt zu einem elektrischen Wirbelfeld, dessen Feldlinien die beiden Schenkel wie in Abb. 10 eingezeichnet umgeben. Dabei sind elektrische und magnetische Feldstärke in Phase [3]. Insgesamt resultiert hieraus nach dem Poynting-Vektor eine Energiestromdichte, die stets von der Primärspule zur Sekundärspule zeigt.

Die in Abb. 10 dargestellte Anordnung kann als Analogie zu der in Abb. 3 dargestellten Energieübertragung im einfachen elektrischen Stromkreis angesehen werden. Dabei sind die Rollen von elektrischer und magnetischer Feldstärke gerade vertauscht. ■

Literatur

[1] Falk, Gottfried: Physik - Zahl und Realität, Birkhäuser Verlag Basel, 1990 (S. 68 f)
[2] Feynman, Richard P.: Vorlesungen über Physik, Oldenbourg Verlag München (1987), S. 521
[3] Herrmann, Friedrich und Schmid, G. Bruno: The Poynting vector field and the energy flow within a transformer, American Journal of Physics, 54 (6), Jun 1986, S. 528 – 531

Anschrift des Verfassers

Dr. Peter Schmälzle, Staatliches Seminar für Didaktik und Lehrerbildung (Gym) Karlsruhe, Jahnstraße 4, 76133 Karlsruhe
E-Mail: p_schmaelzle@web.de

Leistungs-, Kraft- und Drehmomentübertragung

F. Herrmann

Für jede mengenartige Größe X gilt eine Gleichung der Form

$$\frac{dX}{dt} = I_X + \Sigma_X.$$

Die Gleichung bezieht sich auf einen Raumbereich. dX/dt ist die Änderungsrate von X im Innern des Bereichs, I_X ist die Stärke des Stroms durch die Oberfläche des Bereichs und Σ_X ist die Erzeugungsrate, die sich wieder auf das Innere des Bereichs bezieht, Abb. 1, siehe der Artikel *Die Richtung von Strömen und dessen, was strömt* von *M. Pohlig*. Die Änderung von X kann also auf zwei Arten zustande kommen.

Falls die Größe einen Erhaltungssatz befolgt, ist $\Sigma_X = 0$, d. h. es gilt:

$$\frac{dX}{dt} = I_X .$$

Beispiele für solche Gleichungen sind:

$$\frac{dQ}{dt} = I$$
$$\frac{dE}{dt} = P$$
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Für die Stromstärken haben wir hier nicht das jeweilige I_X , sondern das in der Physik übliche Symbol benutzt.

Die historische Entwicklung der Physik war nun so, dass nur eine der Größen auf der rechten Seite der Gleichungen als Stromstärke interpretiert wurde, nämlich I, die elektrische Stromstärke. Die Sprache, die im Zusammenhang mit den anderen drei Größen benutzt wird, ist so beschaffen, dass sie im Prinzip Fernwirkungen zulässt, siehe den Artikel *Kraft und Impulsstrom* in diesem Heft. Diese Sprache ist sperrig und sie wird den Erwartungen der heutigen Zeit nicht mehr gerecht. Man möchte eigentlich zum Ausdruck bringen, dass ein Transport stattfindet, fühlt sich aber gleichzeitig gebunden an die traditionellen Bezeichnungen. Auf diese Art sind Formulierungen entstanden, die man eher als unglücklich bezeichnen wird. Hier einige Beispiele aus dem Internet:

„Fasern zur Leistungsübertragung“ (aus dem Angebot eines Herstellers optischer Bauteile);

„Die Kraftübertragung beschreibt die technische Möglichkeit, eine Kraft oder ein Moment vom Ort der Entstehung zum Ort der Nutzung zu übertragen.“ (Aus Wikipedia zum Stichwort Kraftübertragung);

„Kupplungen für Drehmomentübertragung“ (aus dem Angebot eines Kupplungsherstellers).

Zu den Suchbegriffen „Leistungsübertragung“, „Kraftübertragung“ und „Drehmomentübertragung“ liefert Google noch zahlreiche andere Treffer auf seriösen Websites, meist aus dem Bereich der Technik. Ähnlich benutzt werden auch die Bezeichnungen „Leistungsfluss“, „Kraftfluss“ und „Drehmomentfluss“.

Die Aussagen sind klar, und doch sind sie nicht in Ordnung. Denn übertragen wird nicht die Leistung, sondern die Energie, nicht die Kraft, sondern der Impuls, und nicht das Drehmoment, sondern der Drehimpuls – so wie in einer Wasserleitung nicht die Wasserstromstärke übertragen wird oder fließt, sondern das Wasser.

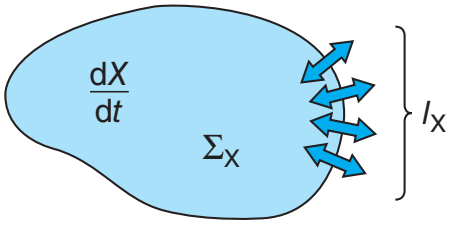


Abb. 1: Die Änderung des Wertes einer mengenartigen Größe kann auf zwei Arten zustande kommen: 1. durch Zufluss oder Abfluss und 2. durch Erzeugung oder Vernichtung (bei erhaltenen Größen nur durch Zu- oder Abfluss).

Die alten Bezeichnungen Leistung, Kraft und Drehmoment sind also mit der Auffassung eines Transportvorgangs schlecht zu vereinbaren. ■

Anschrift des Verfassers
Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe, E-Mail: f.herrmann@kit.edu

Supraströme

F. Herrmann

1 Die supraleitende Phase

So wie im festen, flüssigen, gasförmigen oder ferromagnetischen Zustand können sich manche Stoffe unter bestimmten Bedingungen, nämlich wenn die Temperatur hinreichend niedrig und die magnetische Feldstärke nicht zu hoch ist, im supraleitenden Zustand befinden. Die Temperatur, bei der die Supraleitung einsetzt, nennt man kritische Temperatur.

Grundstoff	kritische Temperatur in K
Hg	4,15
La	4,8
Nb	9,2
Ta	4,48
Tc	11,2
V	5,378

Tab. 1: Kritische Temperaturen einiger chemischer Grundstoffe

Am Phänomen der Supraleitung nehmen nicht alle freien Elektronen teil, die im Normalzustand für die elektrische Leitung verantwortlich sind, sondern nur ein Teil von ihnen. Die Supraleitung beginnt bei der kritischen Temperatur mit ganz wenigen freien Elektronen, und deren Zahl nimmt zu, wenn die Temperatur weiter abnimmt.

Viele Stoffe haben eine supraleitende Phase. In Tab. 1 sind die kritischen Temperaturen für einige chemische Grundstoffe aufgeführt. Es gibt Legierungen und chemische Verbindungen mit viel höheren kritischen Temperaturen.

Welche Eigenschaften haben Supraleiter? Im Wesentlichen zwei: Erstens hat ein Supraleiter keinen elektrischen Widerstand, d. h. $R = 0$; und zweitens verdrängt er Magnetfelder aus seinem Innern. Diese beiden Eigenschaften sind zwar nicht unabhängig voneinander, und sie gelten teilweise auch nur unter Vorbehalt, aber über Details wollen wir uns erst später kümmern.

Wir interessieren uns hier nicht für die mikroskopischen Eigenschaften, also für die Quantenphysik der Supraleitung. Wenn wir in der Schule die normale Leitung behandeln, fragen wir auch nicht nach dem quantenphysikalischen Mechanismus, der den elektrischen Widerstand verursacht, also etwa die Elektron-Phonon-Wechselwirkung.

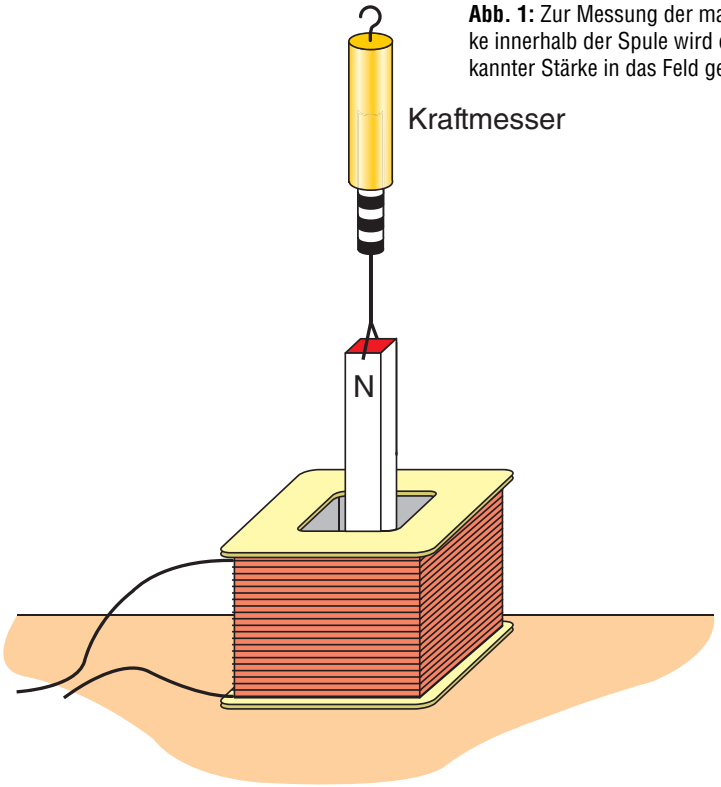


Abb. 1: Zur Messung der magnetischen Feldstärke innerhalb der Spule wird ein Magnetpol bekannter Stärke in das Feld gebracht.

2 Der elektrische Widerstand

Wie reagiert ein Supraleiter, wenn man eine elektrische Spannung anlegt? Um die Frage zu beantworten, orientieren wir uns an der Mechanik.

Auf einen Körper, der sich bewegen kann, wirke eine Kraft (man leitet einen Impulsstrom in den Körper). Wenn Reibung stattfindet, bewegt sich der Körper im stationären Zustand mit konstanter Geschwindigkeit. Für Stokes'sche Reibung ist die Geschwindigkeit zur Kraft proportional:

$$v = \frac{F}{R_m}.$$

R_m könnte man als „mechanischen Widerstand" bezeichnen.

Findet keine Reibung statt, so nimmt die Geschwindigkeit gleichmäßig zu:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}.$$

Das Entsprechende gilt für elektrische Leiter. In einem normalen Leiter bewirkt eine konstante Spannung einen elektrischen Strom konstanter Stärke. Im einfachsten Fall sind Stromstärke und Spannung proportional zueinander:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Beim „reibungsfreien" Supraleiter bewirkt eine konstante Spannung, dass die Stromstärke gleichmäßig zunimmt:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U}{\lambda}.$$

Das ist die erste London'sche Gleichung.

λ charakterisiert den Supraleiter, ähnlich wie der elektrische Widerstand den Normalleiter charakterisiert. Wie R, so hängt auch λ von der Geometrie des Leiters und von mikroskopischen Parametern ab. Diese Parameter sind die Masse und die Teilchenzahldichte der supraleitenden Ladungsträger.

3 Magnetische Feldstärke und Magnetisierung

Die interessanteste Eigenschaft der Supraleiter hat mit ihrer Reaktion auf magnetische Felder zu tun. Um dieses Verhalten besser einordnen zu können, werden wir es mit dem anderer Materialien vergleichen, nämlich erstens mit dem Verhalten von hartmagnetischen und zweitens mit dem von weichmagnetischen Stoffen. Dazu müssen wir uns allerdings zunächst noch einige Werkzeuge zurechtlegen.

In der Schulphysik beschreibt man das magnetische Feld mit der Größe $\vec{B}$, der Flussdichte. Sie bildet ein divergenzfreies Vektorfeld. Die Größe $\vec{B}$ ist besonders für die Beschreibung von Induktionsvorgängen geeignet, denn im Induktionsgesetz steht der Fluss dieses Vektorfeldes. Die Flussdichte ist weniger geeignet zur Beschreibung von magnetostatischen Erscheinungen, also wenn es um Dauermagneten und weichmagnetische Stoffe geht. Diese Phänomene werden übersichtlicher, wenn man mit der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ und der Magnetisierung $\vec{M}$ operiert. Mit $\vec{H}$ beschreibt man den Zustand des Feldes, mit $\vec{M}$ den der Materie.

Die magnetische Feldstärke

Im materiefreien Raum unterscheidet sie sich von der Flussdichte $\vec{B}$ nur um den konstanten Faktor μ_0, die magnetische Feldkonstante:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

Man kann die magnetische Feldstärke auf dieselbe Art definieren, wie man gewöhnlich die elektrische Feldstärke definiert. Wir erinnern uns:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}.$$

Entsprechend ist:

$$\vec{H} = \frac{\vec{F}}{Q_m}.$$

Hier ist Q_m die magnetische Ladung oder Polstärke.

Die Gleichung legt auch ein Messverfahren für die magnetische Feldstärke nahe, Abb. 1. Man nimmt einen Magneten, dessen Polladung man kennt, hängt ihn an einen Federkraftmesser, bringt einen der Pole in das zu messende Magnetfeld hinein, und liest die Kraft (den Impulsstrom ab). Als Demonstrationsexperiment funktioniert diese Messung viel besser als die entsprechende Messung der elektrischen Feldstärke.

So wie $\vec{E}$ ist auch $\vec{H}$ nicht divergenzfrei. Wie die Feldlinien von $\vec{E}$ auf positiven elektrischen Ladungen beginnen und auf negativen enden, so beginnen die magnetischen Feldlinien auf magnetischen Nordpolen und enden auf Südpolen. Man kann auch sagen: Sie beginnen auf *positiven magnetischen Ladungen* und enden auf negativen. Es gilt also

$$div\,\vec{H} = \frac{\rho_m}{\mu_0}. \qquad (1)$$

Hier ist ρ_m die Dichte der magnetischen Ladung, das Analogon zur elektrischen Ladungsdichte.

Für den magnetischen Fall gilt die Besonderheit, dass positive und negative magnetische Ladungen nicht getrennt auftreten können. Ein magnetisierter Körper hat immer genau so viel positive Ladung an einem Pol wie negative am anderen. In anderen Worten: Die gesamte magnetische Ladung eines Körpers ist immer null.

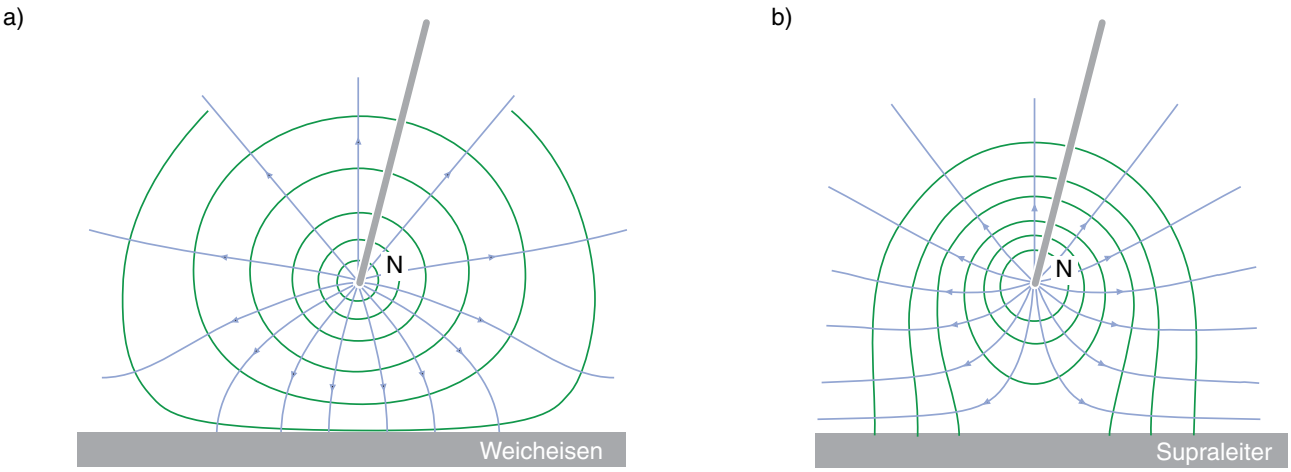


Abb. 2: Magnetpol und Weicheisenplatte (a); Magnetpol und supraleitende Platte (b), Feldlinien: blau; Feldflächen: grün

Gleichung (1) hat dieselbe Struktur wie eine, die wir vom elektrischen Feld kennen:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}.$$

Hier sind ρ_e die elektrische Ladungsdichte und ε_0 die elektrische Feldkonstante.

Die Magnetisierung

Auch die Magnetisierung $\vec{M}$ ist eine Vektorgröße. Mit ihr beschreibt man den magnetischen Zustand von Materie. Ein Material ist magnetisiert heißt, dass seine elementaren atomaren oder molekularen Magnetchen ausgerichtet sind. $\vec{M}$ beschreibt für jeden Ort im Material, wie ausgeprägt dort diese Ausrichtung ist und welche Richtung sie hat.

In einem Stabmagneten bildet $\vec{M}$ ein homogenes Feld parallel zur Richtung des Magneten. Dort wo die Magnetisierungslinien beginnen, ist der Südpol des Magneten, wo sie enden der Nordpol. Man kann auch sagen: Sie beginnen auf der negativen und enden auf der positiven magnetischen Ladung. Damit folgt:

Wo die Magnetisierungslinien enden, beginnen die Feldlinien, und umgekehrt.

Wir können auch sagen, dass eine Feldlinie einfach die Fortsetzung einer Magnetisierungslinie ist; beide zusammen bilden eine durchgehende Linie. Bei geeigneter Normierung bilden beide zusammen ein divergenzfreies Feld, das $\vec{B}$-Feld:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}).$$

Soweit unsere Werkzeuge. Wir kommen nun zu den magnetischen Eigenschaften von Materialien. Wir beginnen mit den hartmagnetischen, kommen dann zu den weichmagnetischen und dann endlich zurück zu den supraleitenden. Wir werden sehen, dass sich Letztere schön in die Reihe einordnen.

4 Drei Idealtypen magnetischer Materialien

Hartmagnetische Materialien

Man verwendet sie, um Dauermagneten herzustellen. Sie haben eine bestimmte Magnetisierung, genauer: eine bestimmte Verteilung der Magnetisierung, d. h. ein bestimmtes $\vec{M}$-Feld. Dieses Magnetisierungsfeld lässt sich nur schwer verändern. Je schwerer es ist, es zu verändern, desto besser der Magnet.

Weichmagnetische Materialien

Es sind bestimmte Eisensorten, Weicheisen genannt. Man braucht sie für Eisenkerne in Elektromagneten, Transformatoren, Elektromotoren, Generatoren und Drosseln. Sie haben eine dem hartmagnetischen Material völlig entgegengesetzte Eigenschaft: Die Elementarmagnetchen sind nicht eingefroren, sondern lassen sich sehr leicht verdrehen. Das kleinste magnetische Feld genügt, um sie zu verdrehen. Das hat ein interessantes Verhalten zur Folge: Wenn man einen Weicheisenkörper in ein Magnetfeld bringt, so richten sich die Elementarmagnetchen etwas aus, d. h. es entsteht eine Magnetisierung im Material, und damit entstehen an der Oberfläche Pole; die Oberfläche lädt sich magnetisch auf. Der Ausrichtungsvorgang geht so lange, bis das Feld der magnetischen Oberflächenladung das am Anfang im Innern des Materials vorhandene Feld gerade kompensiert. Der Vorgang ist damit analog zur elektrischen Influenz in einem elektrischen Leiter. So wie der elektrische Leiter in seinem Innern $\vec{E}$-feldfrei ist, so ist das Weicheisen in seinem Innern $\vec{H}$-feldfrei. Wir fassen zusammen:

Ein Leiter im elektrischen Feld bildet Oberflächenladungen, sodass deren Feld das ursprüngliche Feld gerade wegkompensiert.

Ein Weicheisenstück im magnetischen Feld bildet magnetische Oberflächenladungen, sodass deren Feld das ursprüngliche Feld gerade wegkompensiert.

Oder noch einfacher:

Der elektrische Leiter verdrängt das elektrische Feld aus seinem Innern.

Das weichmagnetische Material verdrängt das magnetische Feld aus seinem Innern.

Supraleitende Materialien

Nun sind wir so weit, dass wir das magnetische Verhalten des Supraleiters erklären können. Auch ein Supraleiter, den man in ein magnetisches Feld bringt, verdrängt das Feld aus seinem Innern. Diese Eigenschaft heißt Meißner-Ochsenfeld-Effekt. Allerdings benutzt er dazu einen anderen Trick als das weichmagnetische Material. Er bildet an seiner Oberfläche keine Magnetpole. Das kann er gar nicht, denn das Material ist nicht ferromagnetisch. Vielmehr bildet er dicht unter seiner Oberfläche geschlossene Ströme aus. Das magnetische Feld dieser Ströme ist so, dass es das Feld, das eigentlich in den Supraleiter eindringen wollte, gerade kompensiert.

Ein Supraleiter im magnetischen Feld bildet Ströme an seiner Oberfläche, sodass deren Feld das ursprüngliche Feld gerade wegkompensiert.

Der Supraleiter verdrängt das magnetische Feld aus seinem Innern.

Man könnte glauben, dass diese Eigenschaft einfach darauf beruht, dass der Supraleiter keinen Widerstand hat: Wenn man ihn in ein magnetisches Feld bringt, so werden nach dem Induktionsgesetz Ströme in ihm induziert, die so beschaffen sind, dass sie das Feld, das eindringen wollte, gerade kompensieren. An dieser Erklärung ist zunächst auch nichts falsch; allerdings wird sie dem supraleitenden Zustand noch nicht ganz gerecht. Das Feld wird nämlich auch dann verdrängt, wenn man den Körper bei hoher Temperatur, also wenn er noch normalleitend ist, in ein magnetisches Feld bringt und dann unter

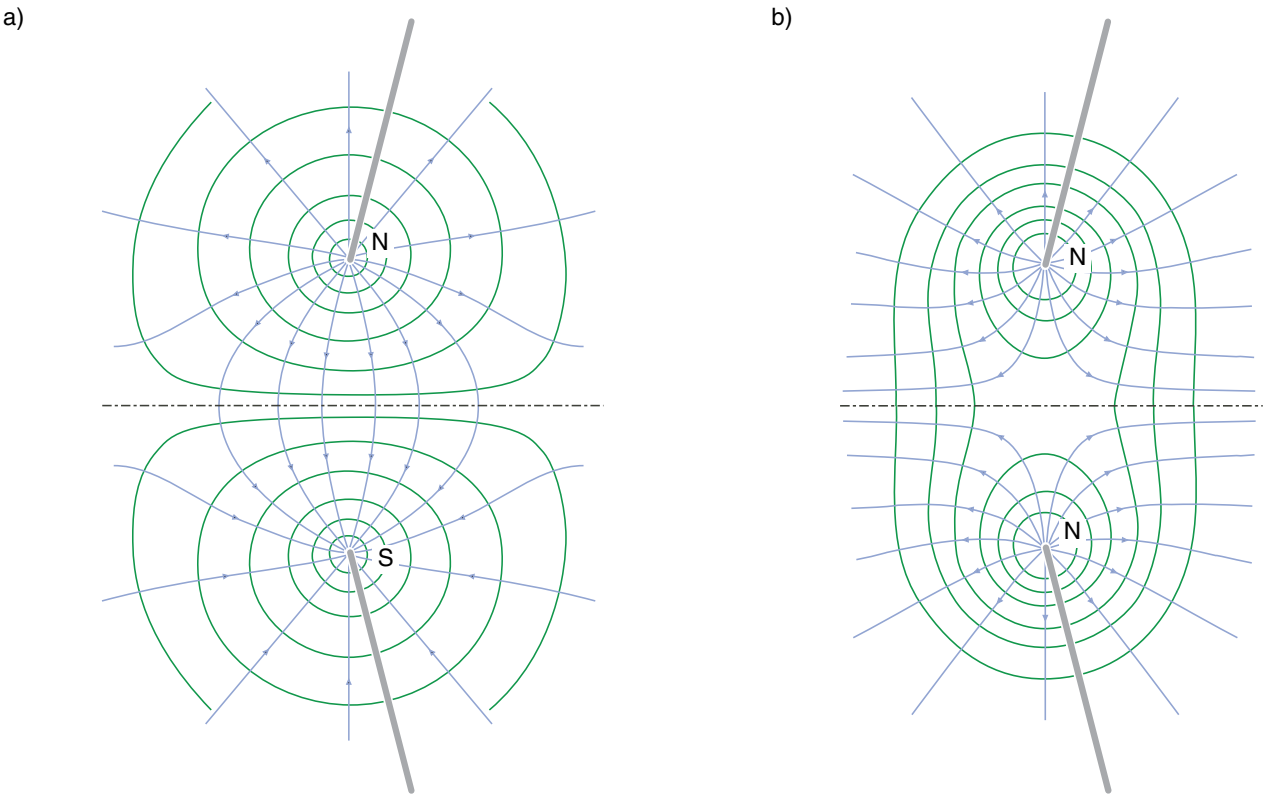


Abb. 3: Die magnetischen Spiegelladungen erzeugen dieselben Felder wie in Abbildung 2. (a) Das Vorzeichen der magnetischen Ladung wird umgekehrt; (b) das Vorzeichen wird nicht umgekehrt. Feldlinien: blau; Feldflächen: grün

die kritische Temperatur abkühlt. Diese Erscheinung ist mit dem Induktionsgesetz nicht mehr zu erklären.

Abb. 2a zeigt das magnetische Feld, das eine magnetische „Punktladung" in der Nähe einer weichmagnetischen Platte erzeugt. Als Punktladung nimmt man den einen Pol eines langen Stabmagneten; der zweite Pol befindet sich in sehr großer Entfernung. In Abb. 2b befindet sich derselbe Magnetpol über einer supraleitenden Platte. Der Vergleich zeigt: Die magnetischen Feldlinien münden senkrecht in die Oberfläche eines weichmagnetischen Körpers ein und enden dort. Damit zieht das magnetische Feld an der Oberfläche. Beim Supraleiter münden die Orthogonalflächen des magnetischen Feldes (die „Feldflächen") senkrecht in die Oberfläche ein und enden dort. Damit drückt das Feld auf die Oberfläche des Supraleiters.

In Tab. 2 werden die beiden Materialien noch einmal miteinander verglichen.

Abb. 3 zeigt noch ein anderes Beispiel für die Komplementarität der beiden Materialien. Man kann das Feld von Abb. 2a auch erhalten, indem man die weichmagnetische Platte durch einen Magnetpol ersetzt, der durch Spiegelung an der Platte entsteht. Die Polladung des gespiegelten Pols muss das entgegengesetzte Vorzeichen des ursprünglichen Pols haben. (Das elektrostatische Analogon nennt man eine „Spiegelladung".)

Das Entsprechende kann man auch mit der supraleitenden Platte machen: Man ersetzt sie durch einen gespiegelten Pol. Nur muss die Polladung diesmal dasselbe Vorzeichen haben wie der Originalpol.

5 Flusserhaltung

Für supraleitende Stromkreise ist der magnetische Fluss eine Erhaltungsgröße. Wie ist das zu verstehen? Wir betrachten einen geschlossenen supraleitenden Draht. Man kann nun mit dem Draht machen, was man will: ihn beliebig verformen oder in ein äußeres Magnetfeld bringen. Der magnetische Fluss durch die Drahtschleife ändert sich nicht; der Supraleiter lässt eine Flussänderung nicht zu. Wie kann er das? Wie wehrt er sich dagegen, dass der Fluss abnimmt, wenn man die Drahtschleife so verformt, dass ihre Querschnittsfläche ganz klein wird, und wie wehrt es sich dagegen, dass der Fluss zunimmt, wenn man sie in ein Magnetfeld bringt? Er verändert den Strom so, dass der magnetische Fluss, der eigentlich austreten oder eindringen wollte, gerade wegkompensiert wird.

Um überhaupt einmal einen magnetischen Fluss in die Leiterschleife hinein zu bekommen, bringt man sie, solange sie noch normal leitend ist, in ein magnetisches Feld und kühlt sie dann ab. Dabei wird das Feld aus dem supraleitenden Material selbst herausgedrängt, nicht aber aus dem Bereich, den die Leiterschleife begrenzt.

Man kann sich diese Eigenschaft ähnlich vorstellen, wie jede andere Erhaltung einer Größe. Vergleichen wir mit der elektrischen Ladung. Wenn wir einen Raumbereich haben, dessen Begrenzung für die elektrische Ladung undurchlässig ist, also einen Metallkörper zum Beispiel, so bleibt die Ladung im Körper konstant.

Wenn man nun eine Fläche hat, deren Rand für den Transport von magnetischem Fluss undurchlässig ist, so bleibt der Fluss durch die Fläche konstant.

Weichmagnet	Supraleiter
verdrängt das magnetische Feld aus seinem Innern, indem er Pole an der Oberfläche bildet.	verdrängt das magnetische Feld aus seinem Innern, indem er Ströme an der Oberfläche bildet.
Feldlinien münden senkrecht auf die Oberfläche ein und enden dort.	Feldlinien umströmen die Oberfläche.
Feldflächen umströmen die Oberfläche.	Feldflächen münden senkrecht auf die Oberfläche ein und enden dort.

Tab. 2: Vergleich von Weichmagnet und Supraleiter

Diese Flusserhaltung beruht allein darauf, dass der Supraleiter gut leitet. Sie tritt daher nicht nur bei Supraleitern auf, sondern auch bei solchen nicht-supraleitenden Systemen, in denen der Energieverlust durch Dissipation keine Rolle spielt. Diesen Zustand kann man nicht nur dadurch erreichen, dass man den Widerstand verkleinert, sondern auch dadurch, dass man den Stromkreis geometrisch sehr groß macht.

Diese Tatsache ist so interessant, dass wir ihr noch etwas nachgehen wollen. Wir betrachten einen RL-Kreis, Abb. 4. Der Schalter sei zunächst geschlossen, sodass ein elektrischer Strom durch Spule und Widerstand fließt. Im magnetischen Feld der Spule ist Energie gespeichert. Wenn wir den Schalter öffnen, klingt der elektrische Strom exponentiell ab; die Energie aus der Spule wird im Widerstand dissipiert. Die Abklingzeit berechnet sich zu:

$$\tau = \frac{L}{R}.$$

Wir fragen nun nach dem Verhalten der Anordnung, wenn man sie geometrisch vergrößert: Alle Längenmaße werden mit ein und demselben Faktor k multipliziert. Wir kennzeichnen die Größen des vergrößerten Stromkreises mit einem Strich. Insbesondere fragen wir nach der neuen Abklingzeit

$$\tau' = \frac{L'}{R'}.$$

Nimmt sie zu, nimmt sie ab oder bleibt sie gleich? Aus dem Widerstand R, der sich berechnet zu

$$R = \rho \frac{\ell}{A},$$

wird beim Vergrößern der Widerstand

$$R' = \rho \frac{k\ell}{k^2 A} = \frac{R}{k}.$$

Vergrößert man das Bauelement „Widerstand“ um einen Faktor zehn, so verringert sich also der Wert von R auf 1/10.

Entsprechend findet man, wie die Induktivität L skaliert

$$L' = k\,L,$$

d. h. vergrößert man eine Spule um einen Faktor zehn, so vergrößert sich die Induktivität auf das Zehnfache.

Für die Abklingzeit erhalten wir damit

$$\tau' = \frac{L'}{R'} = \frac{k\,L}{R/k} = k^2\tau.$$

Die Abklingzeit des RL-Kreises wird also mit dem Quadrat des Skalenfaktors k größer. Ein Beispiel: Wir gehen aus von einem RL-Kreis in Laborgröße, mit einer Lineardimension von 0,1 m und einer Abklingzeit von 1 ms. Die Induktivität braucht dabei gar nicht zu einer Spule zu gehören. Jeder geschlossene Stromkreis hat eine Induktivität und einen Widerstand. Wir vergrößern diesen Stromkreis in Gedanken auf 10^7 km, d.h. um einen Faktor 10^{11}. Die Abklingzeit vergrößert sich dabei um den Faktor 10^{22}, also auf etwa $3 \cdot 10^{11}$ Jahre, also etwa 30 mal das Alter des Universums. Geschlossene Ströme von kosmischen Dimensionen bleiben also für alle Zeiten konstant. (Mit der Bezeichnung „kosmische Dimension“ haben wir hier etwas übertrieben: 10^7 km entsprechen ja nicht einmal dem Durchmesser der Bahn der Erde um die Sonne.)

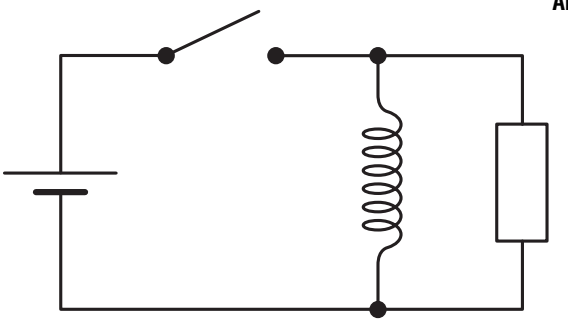


Abb. 4: *RL*-Kreis

Solche nicht abklingenden Ströme sind für die kosmischen Magnetfelder verantwortlich. In ihnen bleibt der magnetische Fluss erhalten, und das führt zu interessanten Erscheinungen. Speziell gilt es auch für kollabierende Sterne. Jeder Stern hat ein, wenn auch bescheidenes, magnetisches Feld. Wenn er nun in einer Supernova zusammenfällt, so werden die Stromkreise, die das magnetische Feld verursachen, geometrisch viel kleiner. Der Fluss durch sie muss also stark komprimiert werden – mit den bekannten Folgen. Das magnetische Feld eines Neutronensterns ist so konzentriert, dass ein Liter davon eine Masse von 1 kg haben kann.

Schließlich noch ein interessanter Aspekt der Flusserhaltung, der mit der Quantenphysik zu tun hat. Der magnetische Fluss durch einen geschlossenen supraleitenden Stromkreis ist ein ganzzahliges Vielfaches eines universellen Flussquantums:

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e}.$$

Das klingt zunächst überraschend. Dass Masse, Ladung und Drehimpuls quantisiert sind, kann man sich vorstellen; sie gehören ja zu einem Teilchen oder Körper. Aber ein Fluss? Es ist nicht mehr so überraschend, wenn man bedenkt, dass auch der elektrische Fluss quantisiert ist. Wir betrachten ein Elektron. Seine Ladung hat den Wert e, also das Quantum der elektrischen Ladung. Nun ist aber nach dem Stokes'schen Satz die Ladung gleich dem Fluss des elektrischen Feldes. Also ist nicht nur die Ladung, sondern auch der elektrische Fluss quantisiert. Die Flussquantisierung scheint also allgemein die elementarere Erscheinung zu sein.

6 Ausblick

Wir haben uns auf dieso genannten Supraleiter erster Art beschränkt, oder die „Meißnerphase”. Sie sind in gewisser Weise ideale Repräsentanten der Supraleitung. Die Supraleiter zweiter und dritter Art (Shubnikov-Phase) unterscheiden sich von denen erster Art darin, dass das magnetische Feld in sie eindringen kann, im Innern aber auf „Flussschläuche” konzentriert ist. Zu diesen Materialien gehören auch die Hochtemperatursupraleiter. Ihr Verhältnis zu den Supraleitern erster Art ist vergleichbar mit dem eines Hartmagneten zum Weichmagneten.

7 Schlussbemerkungen

Für den Unterricht können wir einige einfache Schlussfolgerungen ziehen:

1. Zur Beschreibung der Magnetostatik und der ferromagnetischen Erscheinungen benutze man nicht die magnetische Flussdichte, sondern die magnetische Ladung, die Magnetisierung und die magnetische Feldstärke.
2. Auch die magnetischen Eigenschaften von Supraleitern lassen sich dann leicht beschreiben. Wie ein idealer Weichmagnet verdrängt ein Supraleiter das magnetische Feld aus seinem Innern. Er macht das, indem er elektrische Ströme an seiner Oberfläche bildet. ■

Anschrift des Verfassers
Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe
E-Mail: f.herrmann@kit.ed

Energieströme im Licht

H. M. Strauch

1 Energiestromdichte und Energiedichte

Der **Poynting-Vektor**

$$\vec{S}(x,t)=\vec{E}(x,t)\times\vec{H}(x,t)$$

ist zur Beschreibung des Energieweges bei elektromagnetischen Wellen geeignet. Für seinen Betrag gilt:

$$\frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}\cdot\text{Fläche}},$$

man kann ihn als Energiestromdichte bezeichnen. Da der Betrag des Poynting-Vektors an einem Ort mit der Zeit variiert, benutzt man den zeitlichen Mittelwert.

Außerdem benötigen wir die skalare Größe der

$$\text{Energiedichte} = \frac{\text{Energie}}{\text{Volumen}},$$

denn, wie wir sehen werden, kann die Energiestromdichte 0 Watt/m^2 sein und trotzdem im selben Raumbereich die Energiedichte groß sein.

2 Technische Anwendungen

Konzentratoren sollen möglichst viel Sonnenlicht auf die Röhren eines Solarkollektors leiten. Flutlichtanlagen sollen das Licht der Lichtquellen möglichst gleichmäßig auf die Sportflächen bringen. Bürobeleuchtungen sollen die Arbeitsbereiche der Mitarbeiter mit den benötigten Lichtmengen versorgen, ohne dabei zu blenden. Im Museum sollen gezielt die Exponate mit der richtigen Helligkeit beleuchtet werden. Daher ist es unser Ziel, uns mit dem Energiefluss in Lichtverteilungen allgemein zu beschäftigen.

3 Regeln für das Zeichnen und Interpretieren von Energiestrombildern

1. Energiestromlinien beginnen auf Lichtquellen und enden auf Absorbern (Abb. 1).
   Außerhalb der eingezeichneten **Quellen** (Strahler) und **Senken** (Absorber) gibt es keine **Divergenzen der Energieströmung**, d.h. kein Hinzukommen und kein Verschwinden von Energieströmung. Außerdem gilt die **Energieerhaltung**.
2. Energiestromlinien durchkreuzen sich nicht (Abb. 2).
   Wie für **alle** Vektorgrößen muss auch die Energiestromdichte **an jedem Ort einen definierten** Wert haben: die vektorielle Summe der Einzelvektoren. Dadurch entsteht der dargestellte Verlauf der Energiestromlinien im Kreuzungsbereich.
3. Jede Symmetrie der Objekte (u.a. Lichtquellen, Spiegel, Absorber) hat die gleiche Symmetrie im Energiestrombild zur Folge (Abb. 3).
   Wie bei elektrischen oder magnetischen Feldern findet sich auch in den Energiestrombildern die Symmetrie von Quellen und Senken in der Symmetrie der Linienbilder wieder.
4. In unmittelbarer Nähe einer vollständig reflektierenden Oberfläche oder auch einer vollständig streuenden, also weißen Oberfläche verlaufen die Energiestromlinien parallel zu dieser Fläche (Abb. 4).

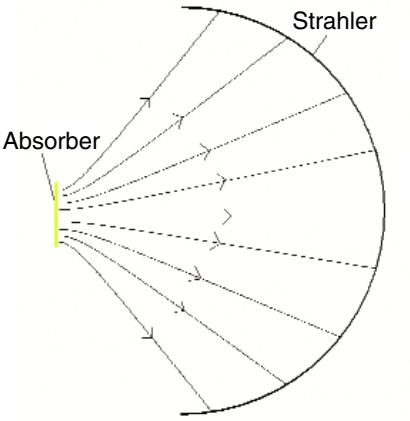


Abb. 1: Anfang und Ende von Energiestromlinien

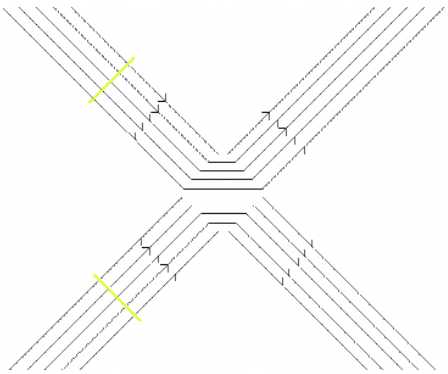


Abb. 2: Energiestromlinien durchkreuzen sich nicht.

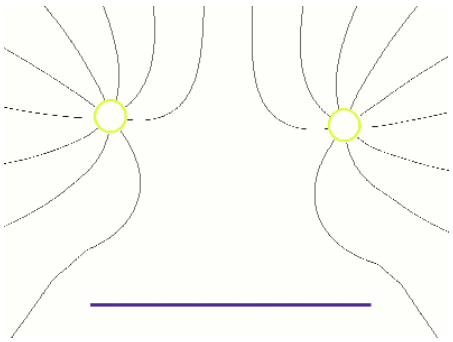


Abb. 3: Symmetrie im Energiestrombild

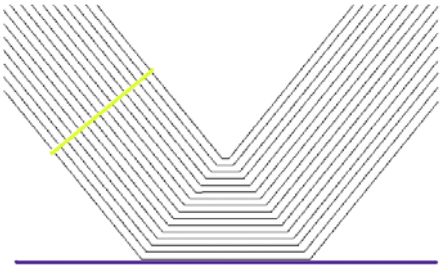


Abb. 4: Reflexion von Licht an einem ebenen Spiegel

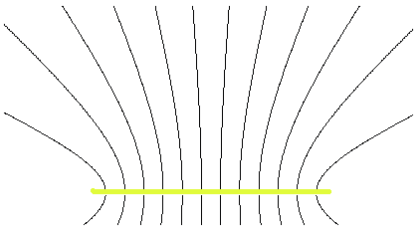


Abb. 5: Energiestromlinien sind senkrecht zur Oberfläche des Strahlers

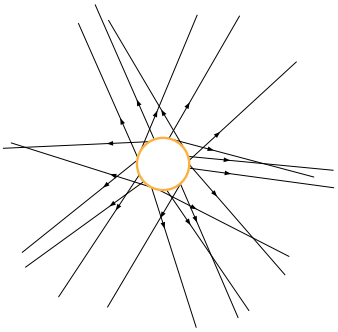


Abb. 6: Licht in der Umgebung der Sonne

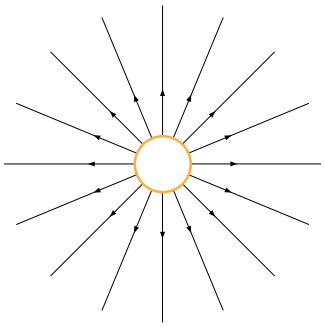


Abb. 7: Energiestromlinien in der Umgebung der Sonne

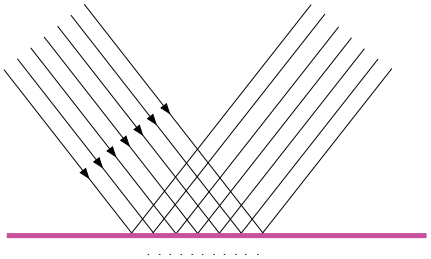


Abb. 8: Lichtstrahlen am Spiegel

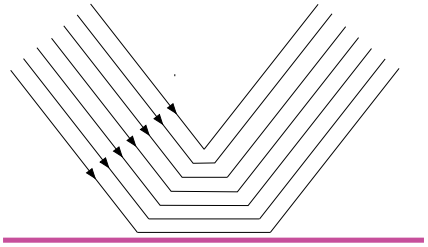


Abb. 9: Energiestromlinien am Spiegel

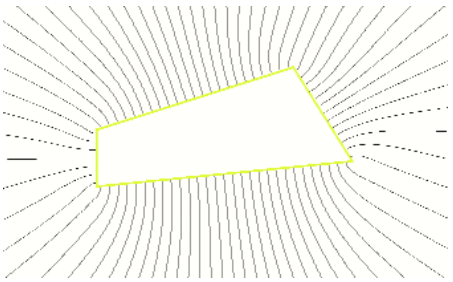


Abb. 10: Konvexe Lichtquelle

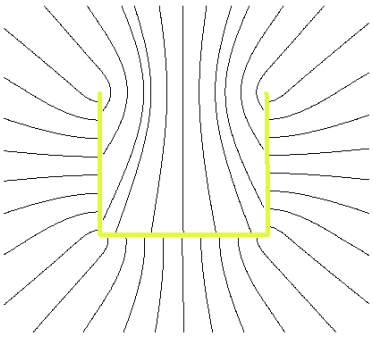


Abb. 11: Konkave Lichtquelle

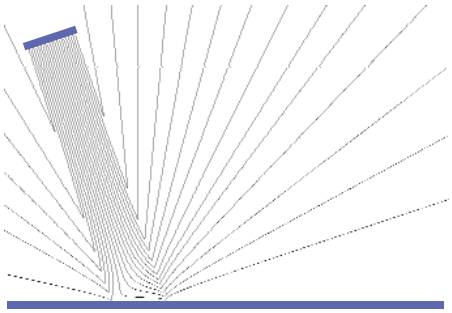


Abb. 12: Licht trifft auf weiße Fläche

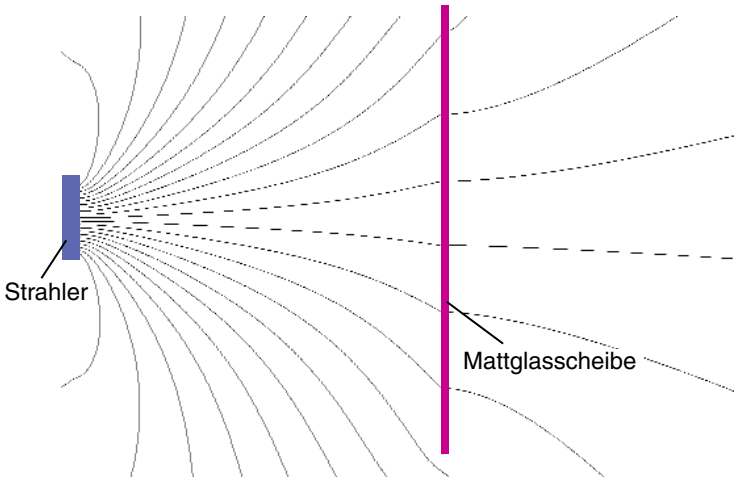


Abb. 13: Licht trifft auf Mattglasscheibe

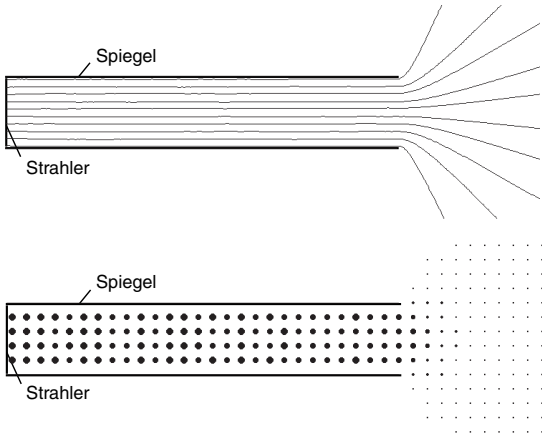


Abb. 14: Streuung von Licht an reflektierenden Wänden

Die Regel gilt, weil keine Energie in die Fläche eintritt. Der Stromdichtevektor darf keine Komponente haben, die orthogonal zur Oberfläche liegt.

5. An der Oberfläche eines Strahlers verlaufen die Energiestromlinien senkrecht zu dieser Fläche, solange keine anderen Körper oder entfernte Teile desselben Körpers zum Lichtfeld an dieser Stelle beitragen (Abb. 5). Dies ist eine Konsequenz der Symmetrieregel.

4 Software LightLab[1]

Der Benutzer platziert zunächst seine Szene-Objekte. Das können gerade Objekte wie Lambert'scher Strahler, Parallelstrahler, Spiegel bzw. Diffusor und Absorber oder kreisförmige Objekte wie Lambert'scher Strahler, Spiegel bzw. Diffusor und Absorber sein. Außerdem kann man die Sonne und Hintergrundstrahlung einfügen. Danach wird die Anordnung durchgerechnet und man hat bei der grafischen Darstellung die Wahl zwischen der Energiestromdichte, repräsentiert durch Pfeile, Stromlinien oder einzelnen Stromlinien und der Energiedichte, dargestellt durch Kreise.

[1] *LightLab 2.0 kann kostenlos heruntergeladen werden: www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/software/index.html*

5 Beispiele

Licht in der Umgebung der Sonne: Während der Verlauf einiger ausgewählter Lichtstrahlen so aussieht wie in der Abbildung 6, beschreibt die Abbildung 7 den Verlauf der Energiestromlinien.

Paralleles Lichtbündel, das auf einen Spiegel trifft: Im Durchdringungsgebiet verlaufen die Energiestromlinien parallel zur Spiegeloberfläche, wie es Regel 4 erwarten lässt. Außerhalb haben Lichtstrahlen (Abb. 8) und Energiestromlinien (Abb. 9) dieselbe Gestalt.

Konvexe und konkave Lichtquelle: Bei einer konvexen Lichtquelle, wie in Abb. 10, „sieht" ein Oberflächenelement kein anderes. Daher ist Regel 5 anwendbar. Die Energiestromlinien treten senkrecht zur Oberfläche aus. Dagegen „sehen" Oberflächenelemente bei einer konkaven Oberfläche, wie in Abb. 11, einander und die Energiestromlinien treten nicht senkrecht aus der Oberfläche.

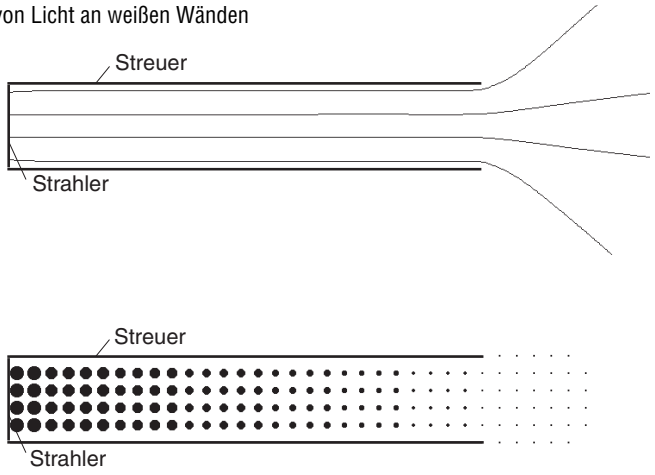
Licht, das auf eine weiße Fläche oder auf eine Mattglasscheibe trifft: In der Abb. 12

trifft ein paralleles Lichtbündel auf eine streuende weiße Fläche. Dagegen trifft in der Abb. 13 Licht von einem flächigen Strahler auf eine Mattglasscheibe und wird sowohl in Vorwärts- als auch in Rückwärtsrichtung isotrop gestreut. Die Rückstreuung erkennt man am Zurückbiegen der Stromlinien links von der Mattscheibe.

Gerades Rohr mit reflektierenden oder weißen Wänden: In den Abbn. 14 und 15 geht das Licht vom gleichen flächigen Strahler links aus. Die Abb. 14a und 14b zeigen die Streuung von Licht an reflektierenden Wänden, während die beiden Skizzen Abb. 15a und 15b die Streuung von Licht an weißen Wänden zeigen. Dabei stellen jeweils die Abb. 14a und 15a die Energiestromlinien dar und die Abb. 14b und 15b geben die Energiestromdichte an. In beiden Fällen ist das Stromlinienbild innerhalb des „Rohrs“ das eines homogenen Feldes. Obwohl in beiden Fällen das Licht vom gleichen Strahler kommt, ist die Energiedichte deutlich verschieden. Im Fall der spiegelnden Wände ist sie entlang des „Rohrs“ konstant. Während sie bei den weißen Wänden von links nach rechts abnimmt. Mit der geometrischen Optik kann man sagen, dass Licht zurückgestreut und von der Quelle wieder absorbiert wird. Das zurückgestreute Licht trägt zur Energiedichte bei, kompensiert aber teilweise den Energiestrom.

Sonnenschein und Zimmer mit Fenster und Spiegel: Die Abb. 16 zeigt eine komplizierte Situation: Ein Zimmer mit einem Fenster und einem Spiegel, Fußboden und Wände absorbieren und streuen unterschiedlich. Die Sonne steht 15° über dem Horizont. Vom Himmel kommt diffuses Licht.

Abb. 15: Streuung von Licht an weißen Wänden



6 Welchen Weg geht das Licht?

Die Antwort hängt vom verwendeten Modell ab. In der geometrischen Optik gelten die Aussagen: Die Lichtstrahlen geben den Weg des Lichts an oder Licht breitet sich geradlinig aus, Lichtstrahlen durchdringen sich ungestört (verallgemeinert im Fermat‘schen Prinzip).

In der Wellenoptik gibt eine Linie, die überall orthogonal zu den Wellenfronten verläuft, den Weg des Lichts an. Klare Wellenfronten gibt es bei ebenen Wellen und Kugelwellen. Aber nicht mehr wenn solche Wellen miteinander interferieren. Gerade in den interessantesten Situationen lässt sich also ein eindeutiger Lichtweg nicht angeben.

Zerlegt man in Gedanken das Licht in Sinuswellen, dann hat das Licht an einem festen Ort mehrere Bewegungsrichtungen. Wenn man die Welle entsprechend dem Huygens‘schen Prinzip in Kugelwellen zerlegt, kommt das Licht auf unendlich vielen verschiedenen Wegen von A nach B, und die Vorstellung vom Lichtweg wird ad absurdum geführt. Die Quantenphysik sagt, dass die Frage nach der Bahnkurve der Photonen keinen Sinn hat.

Daher schlagen wir ein weiteres Modell vor: Repräsentant des Lichts ist seine Energie. Den Weg des Lichts geben die Stromlinien der Energie an. Die Energiedichteverteilung beschreibt, wo sich wie viel Licht befindet, an der Energiestromverteilung erkennen wir, welchen Weg das Licht geht.

Die Beschreibung des Lichts durch Energiestromfelder kann man als natürliche Ergänzung der geometrischen Optik und Wellenoptik ansehen. ■

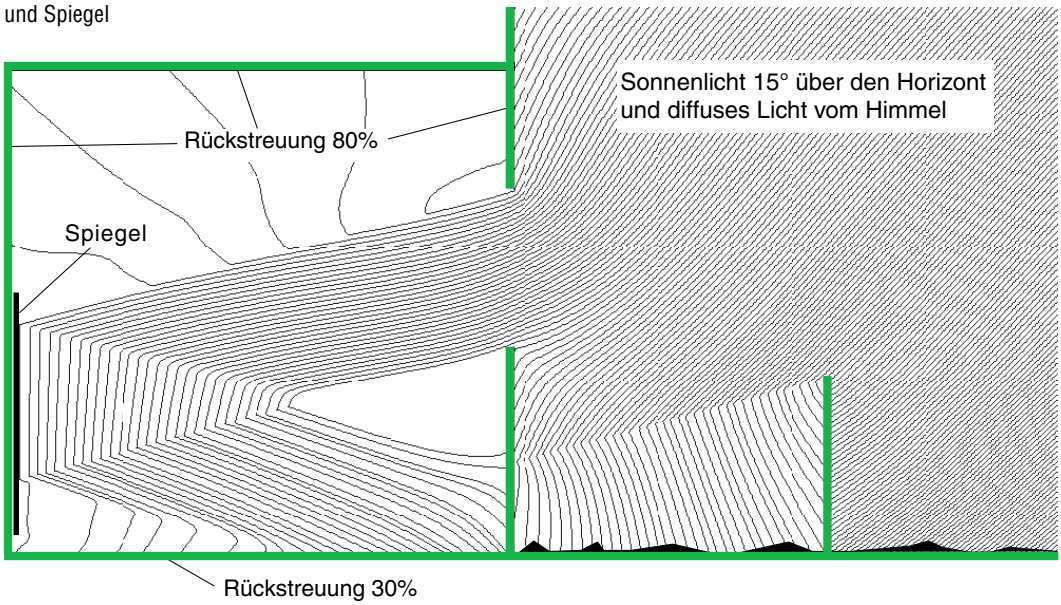
Für den Unterricht

Die Behandlung von Energieströmen im Licht relativiert Aussagen wie

- Licht besteht aus Strahlen, oder
- Licht besteht aus Photonen.

Anschrift des Verfassers:
Hans M. Strauch, Kurfürst-Ruprecht-Gymn., Landwehrstr. 22, 67433 Neustadt an der Weinstraße, E-Mail: HansMStrauch@t-online.de

Abb. 16: Licht im Zimmer mit Fenster und Spiegel



Ströme in der Atomhülle

M. Pohlig

1 Die Schrödinger-Gleichung und das Elektronium

Wir wissen, dass ein Atom in seinem Grundzustand nicht strahlt. Anderseits kreist nach dem Bohr'schen Atommodell ein punktförmiges Elektron um den Kern und müsste deshalb strahlen, es sei denn, man setzt die Gesetze der Elektrodynamik mittels eines Postulats außer Kraft. Zudem müsste ein Wasserstoffatom wegen der Drehimpulserhaltung flach sein. Folgt man der Born'schen Deutung der Quantenphysik, so bewegt sich ein als ein Punkt gedachtes Elektron um den Kern. Mit einer Bewegung verknüpfen wir aber unwillkürlich den Begriff einer Bahn, die es nicht gibt; sie sich vorzustellen ist regelrecht verboten. Dies sind alles Gründe, warum wir uns schwer tun, uns ein Bild von einem Atom zu machen. Wir wollen hier ein Modell vorstellen, das uns ein solches Bild vermittelt, das aber anders als das Bohrsche Atommodell, in Einklang mit der Elektrodynamik steht und dabei zeigt, wann eine Hülle strahlt und wann nicht, warum und unter welchen Bedingungen die Hülle eines Atoms Drehimpuls und ein magnetisches Moment besitzt: das Elektroniummodell [1]. Im Folgenden werden wir uns auf die Beschreibung der Hülle des Wasserstoffatoms beschränken.

Das Elektroniummodell basiert auf der Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t)=\left(-\frac{\hbar}{2m}\Delta+V(\vec{r})\right)\psi(\vec{r},t) \qquad (1)$$

und ihren Lösungen $\psi(\vec{r})$. Diese Lösungen sind komplexwertig und deshalb einer Messung nicht zugänglich. Aus jeder Lösung lassen sich zwei Funktionen $\rho(\vec{r},t)$ und $\vec{j}(\vec{r},t)$ mit

$$\rho=\psi^*\psi \qquad (2)$$

und

$$\vec{j}=\frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*) \qquad (3)$$

gewinnen[1], die über Gleichung (4) miteinander verknüpft sind. Diese hat die Form einer Kontinuitätsgleichung [2].

$$\frac{\partial\rho}{dt}+\operatorname{div}\vec{j}=0 \qquad (4)$$

Die Multiplikation von ρ und $\vec{j}$ mit e, der Ladung eines Elektrons, bzw. m, der Masse eines Elektrons, liefert

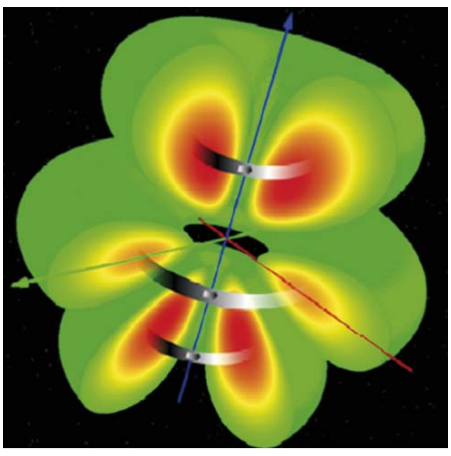
$$\frac{\partial\rho_e}{dt}+\operatorname{div}\vec{j}_e=0$$

bzw.

$$\frac{\partial\rho_m}{dt}+\operatorname{div}\vec{j}_m=0$$

zwei Kontinuitätsgleichungen, eine für die Ladung und eine weitere für die Masse. Ihnen zufolge dürfen wir uns ein Elektron wie einen Stoff vorstellen, der um den Kern des Atoms verteilt ist. Seine Dichte und damit die der Ladung und der Masse hängen von Ort und Zeit ab. Wenn sich die Dichte an ein einer Stelle ändert, dann strömt Elektronium zu ihr hin oder von ihr weg, je nachdem, ob die Dichte zu- oder abnimmt. Wir interpretieren also Gleichung (4) auf die gleiche Weise, wie man es gewöhnlich bei der elektrischen Ladung tut (siehe Artikel von *M. Pohlig* in diesem Heft: *Richtung von Strömen und dessen, was strömt*). Abb. 1 zeigt die Verteilung des Elektroniums in einer angeregten Hülle eines Wasserstoffatoms. Die Bereiche höherer Dichte sind rot markiert. Am Rand des grün markierten Bereichs ist die Dichte auf 10 % ihres Maximalwertes gesunken. Die Bänder mit den Pfeilen deuten das Strömen des Elektroniums an.

Abb. 1: Elektroniumverteilung in einem angeregten Zustand der Wasserstoffhülle



[1] *ρ und $\vec{j}$ werden gewöhnlich Wahrscheinlichkeitsdichte und Wahrscheinlichkeitsstromdichte genannt. Mit diesen Namen verbindet man eine bestimmte Vorstellung von Quantenobjekten: Sie sind punktförmig, und $\rho(\vec{r},t)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, das Quantenobjekt zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort anzutreffen, den es allerdings erst zum Zeitpunkt der Messung einnimmt. Mit dem Elektroniummodell wollen wir ρ und $\vec{j}$ eine anschaulichere Deutung geben.*

2 Manchmal strahlt die Hülle nicht

Die speziellen Lösungen der Schrödinger-Gleichung für die Wasserstoffhülle haben die Form

$$\psi(\vec{r},t)=u_k(\vec{r})e^{-\frac{i}{\hbar}E_kt}. \qquad (5)$$

Sie beschreiben Zustände, die man Eigenzustände nennt und die durch Werte der Energie, den sogenannten Energie-Eigenwerten, charakterisiert sind. Nimmt man alle speziellen Lösungen, es sind abzählbar unendlich viele, so besitzt man ein vollständiges Funktionensystem, d. h., jede Linearkombination, die man aus den speziellen Lösungen bilden kann, ist ebenfalls Lösung der Schrödinger-Gleichung. Es heißt aber auch: Jede Funktion, die man sich vorstellen kann, ist Lösung der Schrödinger-Gleichung und lässt sich durch eine geeignet gewählte Linearkombination von speziellen Lösungen darstellen. Welche Eigenschaft zeichnet die speziellen Lösungen vor allen anderen Lösungen aus? Um dies herauszufinden, setzen wir Gleichung (5) in die Gleichungen (2) und (3) ein:

$$\begin{aligned}\rho&=\psi(\vec{r},t)^*\psi(\vec{r},t)\\&=u_k^*(\vec{r})e^{+\frac{i}{\hbar}E_kt}\cdot u_k(\vec{r})e^{-\frac{i}{\hbar}E_kt}\\&=u_k^*(\vec{r})\cdot u_k(\vec{r})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{j}&=\frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*)\\&=\frac{\hbar}{2mi}\Big(u_k^*(\vec{r})e^{+\frac{i}{\hbar}E_kt}\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}E_kt}\nabla u_k(\vec{r})\\&\quad -u_k(\vec{r})e^{-\frac{i}{\hbar}E_kt}\cdot e^{+\frac{i}{\hbar}E_kt}\nabla u_k^*(\vec{r})\Big)\\&=\frac{\hbar}{2mi}\Big(u_k^*(\vec{r})\nabla u_k(\vec{r})-u_k(\vec{r})\nabla u_k^*(\vec{r})\Big)\end{aligned}$$

Für ρ und $\vec{j}$ erhalten wir Ausdrücke, die zeitunabhängig sind. Das Aussehen der Hülle verändert sich mit der Zeit also nicht, weshalb man diese Zustände auch statio-

när nennt. Ist $\vec{j}(\vec{r})$ überall 0, dann ist offensichtlich, dass die Hülle nicht strahlt. Wenden wir uns also dem Fall zu, in dem $\vec{j}(\vec{r})$ nicht Null ist. Es strömt dann an eine Stelle genauso viel Elektronium hin wie von ihr weg, sodass die Dichte sich an eben dieser Stelle nicht ändert. Eine solche Situation haben wir z. B., wenn das Elektronium um eine Achse durch den Kern rotiert (vgl. dazu Abb. 1). Auch in diesem Fall strahlt die Hülle nicht. Warum? Das „kreisende" Elektronium können wir uns in lauter stationäre Kreisströme zerlegt denken. (Abb. 2 zeigt einen solchen Kreisstrom). Da hier überall

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

ist, strahlt ein stationärer Strom und damit die Hülle nicht; so lehrt es die Elektrodynamik. Ganz anders im Bohr'schen Atommodell: Hier kreist mit dem Elektron ein „Ladungspaket" um den Kern und stellt einen strahlenden Dipol dar,

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

ist nicht Null (Abb. 3). Hier fordert die Elektrodynamik, dass die Hülle strahlt. Man braucht Postulate, die die Elektrodynamik außer Kraft setzen, um das Nichtstrahlen „begründen" zu können.

Die stationären Kreisströme erklären aber noch etwas anderes: Jeder zeitlich konstante Kreisstrom erzeugt ein zeitlich konstantes Magnetfeld, die Hülle besitzt ein magnetisches Moment. Da Elektronium auch Masse hat, hat die Hülle auch einen Drehimpuls.

[2] *Die beiden Vorfaktoren c_A und c_B in Gl (6) regeln die Anteile, mit denen die stationären Zustände überlagert werden. Sie sind aber nicht frei wählbar, sie müssen so aufeinander abgestimmt sein, dass die Dichte über den ganzen Raum integriert den Wert 1 ergibt, denn die Hülle eines Wasserstoffatoms enthält ein Elektron. Man könnte auch sagen, sie enthält genau eine Elementarportion Elektronium.*

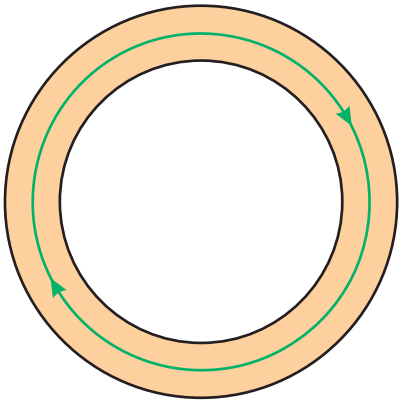


Abb. 2: Bei einem stationären Kreisstrom ist die magnetische Flussdichte konstant

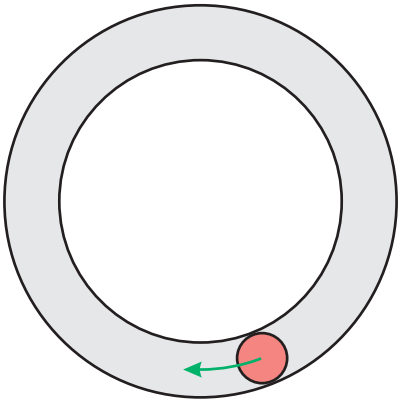


Abb. 3: Bei einem kreisenden „Ladungspaket" ändert sich die magnetische Flussdichte

3 Manchmal strahlt die Hülle

Neben den Eigenzuständen interessieren uns auch Überlagerungszustände der Hülle. Die ψ-Funktion eines Überlagerungszustandes ist im einfachsten Fall eine Linearkombination aus zwei stationären Lösungen[2]:

$$\psi_{AB}(\vec{r},t) = c_A\,\psi_A(\vec{r},t) + c_B\,\psi_B(\vec{r},t)$$
$$= c_A u_A(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}E_k t} + c_B u_B(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}E_k t}. \quad (6)$$

Wir verzichten auf eine Rechnung und geben die Dichtefunktion direkt an:

$$\rho_{AB}(\vec{r},t) = C_0(\vec{r}) + C_1(\vec{r})\sin(\omega t)$$
$$\omega = \frac{E_A - E_B}{\hbar}.$$

Obwohl es sich bei $\psi_{AB}(\vec{r},t)$ um die Überlagerung zweier stationärer Zustände handelt, schwingt die Dichteverteilung des Elektroniums mit einer Frequenz ω, die allein durch die Energiewerte der Zustände $\psi_A(\vec{r},t)$ und $\psi_B(\vec{r},t)$ bestimmt wird. Abb. 4 zeigt eine Folge von Momentaufnahmen eines Überlagerungszustandes ψ_{AB}. Überlagert sind hier 60 % Anteil des Zustandes *A* und 40 % Anteil des Zustandes *B*.

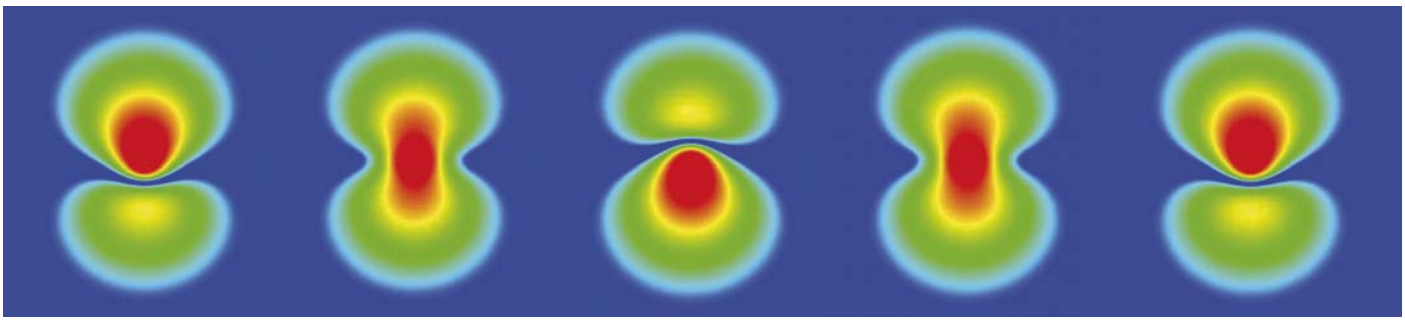
Die Ladung strömt periodisch, sie oszilliert wie die Ladung einer normalen Dipolantenne. Die Hülle strahlt. Die elektromagnetische Welle, die die Hülle verlässt, trägt Energie mit sich weg. Also müssen sich die Anteile der beiden Zustände ψ_A und ψ_B ändern. Der Anteil des energiereicheren Zustandes ψ_A nimmt ab und der des energieärmeren Zustandes ψ_B nimmt zu, sodass die Gesamtenergie der Hülle in dem Maße abnimmt, wie die Hülle Energie abstrahlt. Die Elektrodynamik fordert also, dass aus einer Überlagerung von zwei Zuständen mit unterschiedlichen Energieeigenwerten eine Folge von Überlagerungen wird, bei denen der Anteil des energieärmeren Zustands auf Kosten des energiereicheren zunimmt. Abb. 5 zeigt einen solchen Übergang von Zustand (2, 1, 0) zu Zustand (1, 0, 0).

4 Zusammenfassung

Im Elektroniummodell besteht die Hülle eines Atoms aus einem kontinuierlichen, in der Nähe des Kerns verteilten Stoff, der im Allgemeinen auch strömt. Wir nennen diesen Stoff Elektronium. Stationäre Ströme des Elektroniums erklären magnetisches Moment und Drehimpuls der Hülle. In Einklang mit der Elektrodynamik erklären sie, wann die Hülle strahlt und wann nicht. Ein Bohr'sches Postulat wird nicht benötigt. ■

[3] *(2, 1, 0) zeigt die Werte der Quantenzahlen n, l und m, also n = 0, l = 1 und m = 0.*

Abb. 4: Folge von Momentaufnahmen einer Überlagerung der der stationären Zustände (210)[3] [60%] und (100) [40%]. Das letzte Bild ist mit dem ersten identisch. Die ersten vier Bilder sind also Momentaufnahmen einer zeitlichen Periode.



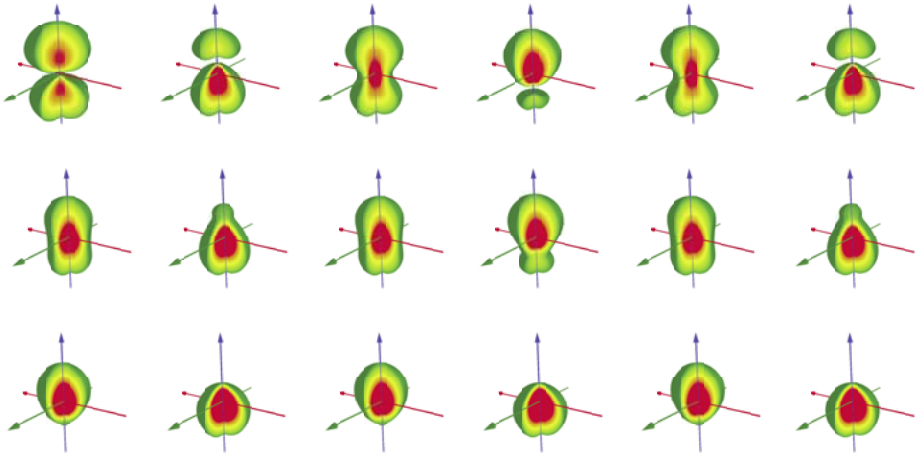


Abb. 5: Übergang (210)→(100)

Literatur

[1] P. Bronner, H. Hauptmann, F. Herrmann; Wie sieht ein Atom aus; PdN-PhiS 2/55; Aulis Verlag

[2] L.D. Landau, E. M. Lifschitz; Lehrbuch der theoretischen Physik III, Quantenmechanik; Akademieverlag Berlin 1979

[3] F. Herrmann, P. Bronner, H. Hauptmann, D. Roth; http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/software/hydrogenlab/elektronium/HTML/einleitung_hauptseite_de.html; Aulis 2005

Anschrift des Verfassers

StD Michael Pohlig, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe, E-Mail: pohlig@kit.edu

Elektrische Strom- und Ladungsdichte

beim Wechsel des Bezugssystems

H. Hauptmann

1 Einleitung

Im folgenden Aufsatz soll die Frage behandelt werden: Wie verhalten sich elektrische und magnetische Felder beim Bezugssystemwechsel? Und wie kann man die auftretenden Felder in ihrem jeweiligen Bezugssystem mit den Maxwellgleichungen erklären, d. h. was sind die Quellen dieser Felder?

Es ist leicht einzusehen, dass beim Bezugssystemwechsel neue Felder auftreten können. Betrachtet man eine statische Ladungsanordnung mit ihrem elektrischen Feld in einem Bezugssystem, das sich gegen die Anordnung bewegt, so erhält man einen konvektiven elektrischen Strom[1]. Dieser ist von einem magnetischen Feld umgeben, das im Ruhesystem nicht vorhanden war. Magnetfeld und elektrische Stromdichte entstehen erst beim Bezugssystemwechsel.

Allgemein transformieren sich bei einem Bezugssystemwechsel elektrische Felder in magnetische Felder und umgekehrt. Das zeigt, dass es sich bei elektrischen und magnetischen Feldern nicht um verschiedene physikalische Systeme, sondern zwei Aspekte des gleichen Systems handelt, dessen Komponenten vom Bezugssystem abhängig sind. Es handelt sich dabei um einen relativistischen Effekt.

Tatsächlich finden sich die entsprechenden Transformationsgleichungen bereits in der ersten Veröffentlichung zur Relativitätstheorie, *Albert Einsteins* Aufsatz „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ aus dem Jahr 1905 [1]. Wie der Titel zeigt, war die Fragestellung des Aufsatzes sogar der Ausgangspunkt der Relativitätstheorie.

[1] *Siehe hierzu auch den Artikel „Konduktive und konvektive Ströme“ von P. Schmälzle in diesem Heft.*

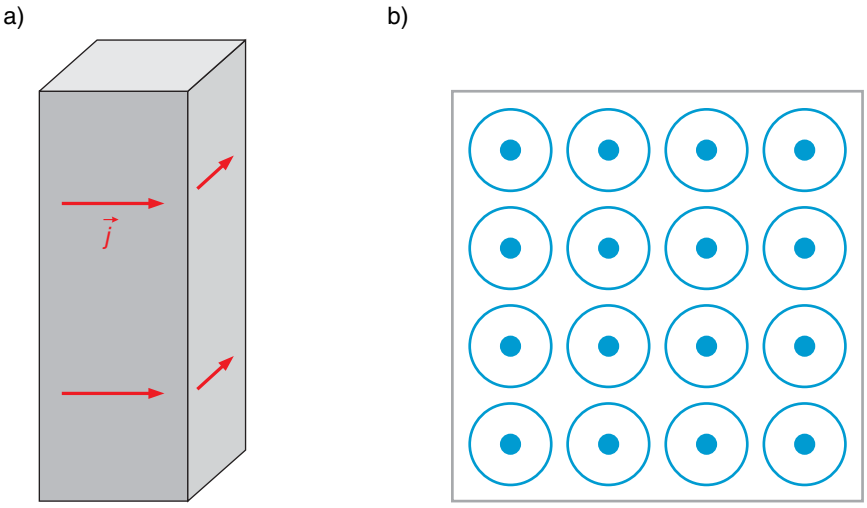


Abb. 1: (a) Spule mit quadratischem Querschnitt, (b) Spulenquerschnitt und Magnetfeld (blau) von oben gesehen.

2 Transformationsgleichungen für elektromagnetische Felder

In einer in Bezug auf die Schreibweise modernisierten Form lauten sie:

$$\vec{E}' = \gamma\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{E}\right)$$

$$\vec{H}' = \gamma\left(\vec{H} - \vec{v}\times\vec{D}\right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{H}\right)$$

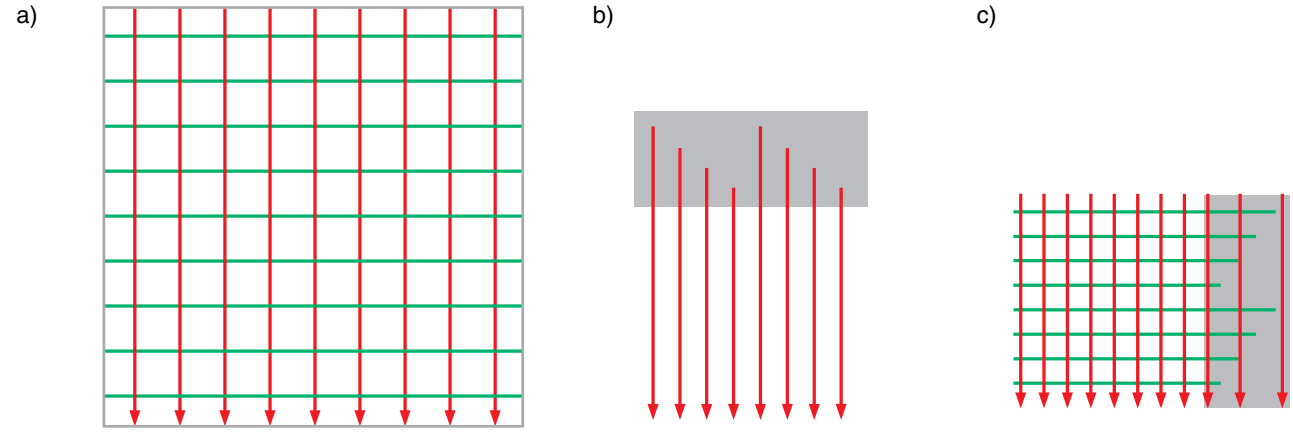


Abb. 2: (a) Spulenquerschnitt von oben gesehen mit E-Feldlinien (rot) und Orthogonalflächen (grün) im bewegten Bezugssystem, (b) Vergrößerung des oberen Spulenrands mit Flussquellen (elektrische Ladungsdichte) des elektrischen Feldes, (c) Vergrößerung des rechten Spulenrands mit Wirbelquellen (Magnetfeldänderung).

Die gestrichenen Größen sind dabei die Feldstärken in dem Bezugssystem, das sich gegenüber dem Ausgangssystem mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt. Die ungestrichenen Größen sind die Feldstärken, Flussdichte und Verschiebung im ursprünglichen System, β und γ die in der Relativitätstheorie häufig verwendeten Abkürzungen

$$\vec{\beta}=\frac{\vec{v}}{c},\ \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Für kleine Geschwindigkeiten $\vec{v}$ erhält man übersichtlichere, nicht-relativistische Näherungen[2]:

$$\vec{E}'=\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}$$
$$\vec{H}'=\vec{H}-\vec{v}\times\vec{D}$$

3 Ein quadratisches elektrisches Feld

Im Folgenden soll ein überraschendes Beispiel für die Transformation der Felder diskutiert werden. Betrachtet wird eine unendlich lange Spule mit quadratischem Querschnitt, Abb. 1a. Statt einer Drahtwicklung kann man sich auch flächige Ströme vorstellen.

Im Ruhesystem der Spule beobachtet man kein elektrisches Feld, da die Spule insgesamt elektrisch neutral ist. Das magnetische Feld ist auf das Spuleninnere beschränkt. Dort ist es homogen, und die Feldlinien zeigen entlang der Spulenachse von unten nach oben, Abb. 1b. In der Spulenwand nimmt das magnetische Feld gleichmäßig auf Null ab.

Wir betrachten diese Spule nun in einem Bezugssystem, das sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ nach rechts bewegt. In diesem Bezugssystem bewegt sich die Spule also mit der Geschwindigkeit $-\vec{v}$ nach links. Die Geschwindigkeit soll klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sein, sodass wir die Felder im neuen Bezugssystem mit den nicht-relativistischen Näherungen bestimmen können.

Da es ursprünglich keine elektrische Feldkomponente gab, erhalten wir im neuen Bezugssystem dasselbe magnetische Feld wie vorher, als die Spule in Ruhe war.

Für das elektrische Feld gilt das nicht. Mit $\vec{E}' = \vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) = (\vec{v} \times \vec{B})$ erhält man ein elektrisches Feld, wo vorher keines war. Dieses Feld ist auf einen quadratischen Raumbereich im Inneren der Spule beschränkt und dort homogen. Die Feldlinien beginnen und enden auf den Spulenflächen, die parallel zur Bewegungsrichtung liegen, Abb. 2a. Auch hier nimmt das elektrische Feld in der Spulenwand gleichmäßig auf Null ab.

4 Die Quellen des quadratischen elektrischen Feldes

Die Gestalt des elektrischen Feldes ist überraschend, und man fragt sich, wie kann dieses Feld mithilfe der Maxwellgleichungen erklärt werden?

Da die Feldlinien in den parallel zur Bewegungsrichtung liegenden Spulenrändern beginnen und enden, ist dort gemäß der 3. Maxwell-Gleichung

$$\operatorname{div}\vec{E}=\frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$$

die elektrische Ladungsdichte ungleich Null, d. h. dort befinden sich Flussquellen [2, 3]. Diese sind im Spulenrand gleichmäßig verteilt, Abb. 2b.

In den Spulenrändern senkrecht zur Bewegungsrichtung enden die Orthogonalflächen des elektrischen Feldes. Dort befinden sich Wirbelquellen des Feldes, entsprechend der 2. Maxwell-Gleichung

$$\operatorname{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.$$

Auch diese sind gleichmäßig im Spulenrand verteilt, Abb. 2c.

Die Herkunft der Wirbelquellen ist leicht zu verstehen durch die Magnetfeldänderung an den Spulenrändern in Bewegungsrichtung der Spule.

Das Auftauchen der elektrischen Ladungsdichten im oberen und unteren Spulenrand der ursprünglich neutralen Spule ist überraschender und nur mithilfe der Relativitätstheorie zu erklären. Neben den elektrischen und magnetischen Feldern transformieren sich beim Bezugssystemwechsel auch die Werte der elektrischen Ladungsdichte und der Stromdichte. Die Ladungsdichte und die drei Komponenten der Stromdichte bilden in der Relativitätstheorie einen Vierervektor, dessen Komponenten bezugssystemabhängig sind. D. h., im Allgemeinen behalten weder Ladungs- noch Stromdichte beim Bezugssystemwechsel ihre Werte bei.

Anschaulich ist das Auftreten der von Null verschiedenen Ladungsdichte durch die unterschiedliche Längenkontraktion für die positiven und negativen Ladungsträger im Spulenrand zu verstehen. Da der elektrische Strom im oberen und unteren Spulenrand in Richtung der Bewegung fließt, bewegen sich die positiven und negativen Ladungsträger dort unterschiedlich schnell und erfahren dadurch beim Bezugssystemwechsel eine unterschiedliche Längenkontraktion. ■

[2] *Diese Näherungen kann man mit den Mitteln der Schulphysik plausibel machen. Betrachtet man ein geladenes Teilchen, das sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ in einem Magnetfeld der Flussdichte $\vec{B}$ bewegt, so spürt es die Lorentzkraft $\vec{F}_L = Q\,(\vec{v} \times \vec{B})$. Im Ruhesystem des Teilchens wird die Kraft durch ein elektrisches Feld aufgebracht, das dann die Feldstärke $\vec{E}' = (\vec{v} \times \vec{B})$ besitzen muss.*

Literatur
[1] Albert Einstein: Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik Band 17 (1905), S. 891-921
[2] H. Hauptmann, F. Herrmann, M. Suleder: Analogien in der Elektrodynamik mit FieldLab, PdN-Ph. 4/49 (2000), S. 39-45
[3] F. Herrmann, H. Hauptmann, M. Suleder: Representations of electric and magnetic fields, Am. J. Phys. 68 (2000), S. 171-174

Anschrift des Verfassers
Dr. Holger Hauptmann,
Europa-Gymnasium Wörth, Forststr. 1,
76744 Wörth
E-Mail: holger.hauptmann@gmx.de

Energiestrom und Impuls

Ein universeller Zusammenhang zwischen den Größen

F. Herrmann und M. Pohlig

1 Spät entdeckte Identität

Die Physik hat mehrere Male deshalb einen großen Fortschritt erlebt, weil sich herausstellte, dass zwei Erscheinungen, die man zunächst für verschieden und voneinander unabhängig gehalten hatte, identisch sind.

Newton erkannte, dass auf der Erde ein Gegenstand aus demselben Grund nach unten fällt, aus dem sich der Mond auf seiner Bahn um die Erde und die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne bewegt.

Man fand, dass die elektrischen und die magnetischen Erscheinungen, die zunächst nichts miteinander zu tun zu haben schienen, eng miteinander zusammenhängen. Elektrische und magnetische Felder gehen bei Bezugssystemwechsel ineinander über. Es handelt sich also bei beiden um dasselbe physikalische System, das man heute elektromagnetisches Feld nennt.

Boltzmann hatte für die Entropie S die Formel

$$S = -k\sum_i p_i \ln p_i$$

eingeführt. *Shannon* schlug 1948 für die Datenmenge H den Ausdruck

$$H = -f\sum_i p_i \operatorname{ld} p_i \text{ bit}$$

vor. Kurz darauf wurde gezeigt, dass S und H (bis auf einen konstanten Faktor) dieselbe Größe sind.

Die Masse ist seit der Antike bekannt, die Energie etwa seit Mitte des 19. Jahrhunderts. 1905 zeigte *Einstein*, dass es sich bei beiden (bis auf einen konstanten Faktor) um ein und dieselbe Größe handelt.

Die vier Wechselwirkungen manifestieren sich auf verschiedene Art. Es schien sich dabei zunächst um voneinander unabhängige Naturphänomene zu handeln. Aufgrund der modernen Experimente wurden im Standardmodell der Teilchenphysik drei davon zu einer einzigen zusammengefasst. Man sieht: Das Muster zieht sich durch die ganze Entwicklung der Physik. Es ist ein Glück, dass es so ist; dass die Kompliziertheit, die durch neue Entdeckungen zunächst entsteht, durch eine Struktur auf höherer Ebene wieder zu einer neuen Ordnung führt. Dabei war es nicht immer leicht, sich an die jeweils neue Übereinstimmung oder Identität zu gewöhnen.

2 Energiestromdichte gleich Impulsdichte

Mit den Beispielen im vorigen Abschnitt wollten wir die Leser und Leserinnen empfänglich für eine weitere, weniger bekannte Identität machen. Wir formulieren sie zunächst noch etwas ungenau: Von einem konstanten Faktor abgesehen gilt, dass Energiestrom gleich Impuls ist.

Wie kann das sein? Wir betrachten einen langen zylinderförmigen Körper, der sich in Richtung der Zylinderachse bewegt. (Man kann sich auch eine Flüssigkeit vorstellen, die in einem Rohr strömt.)

Zunächst anschaulich: Da nach $E = mc^2$ Energie gleich Masse ist, ist jeder Energiestrom auch ein Massestrom. Jeder Massestrom oder jeder bewegte Körper hat Schwung – und das heißt Impuls.

Den mathematischen Zusammenhang bekommen wir, indem wir mithilfe der Einstein'schen Energie-Masse-Äquivalenz die Stärke des Energiestroms durch die Massenstromstärke I_m ausdrücken:

$$P = I_m c^2.$$

Die Energiestromdichte $\vec{j}_E$ ist dann gleich

$$\vec{j}_E = \vec{j}_m c^2,$$

wo $\vec{j}_m$ die Massenstromdichte ist.

Die Massenstromdichte wiederum drücken wir durch Massendichte und Geschwindigkeit aus: $\vec{j}_m = \rho_m \vec{v}$. Damit wird

$$\vec{j}_E = \rho_m \vec{v}\, c^2. \qquad (1)$$

Nun zum Impuls $p = mv$. Wir bilden die Impulsdichte

$$\vec{\rho}_p = \frac{\vec{p}}{V} = \frac{m\vec{v}}{V} = \rho_m \vec{v}. \qquad (2)$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt

$$\vec{j}_E = \vec{\rho}_p c^2. \qquad (3)$$

Die Energiestromdichte ist also bis auf einen Faktor c^2 gleich der Impulsdichte.

Die Beziehung ist so universell, wie die Energie-Masse-Äquivalenz. Für RT-Spezialistinnen und -Spezialisten: Die Gültigkeit von Gleichung (3) äußert sich auch in der Tatsache, dass der Energie-Impuls-Tensor symmetrisch ist.

Wir wollen Gleichung (3) noch auf die elektromagnetische Strahlung anwenden. Man lernt die Energiestromdichte gewöhnlich als Poynting-Vektor kennen:

$$\vec{j}_E = \vec{E} \times \vec{H}.$$

Daraus folgt mit Gleichung (3) die Impulsdichte

$$\vec{\rho}_p = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{c^2},$$

eine in der Elektrodynamik bekannte Beziehung. Immer wenn elektrische und magnetische Feldstärke von null verschieden und nicht parallel zueinander sind, hat das elektromagnetische Feld Impuls. ■

Anschriften der Verfasser:
Prof. Dr. Friedrich Herrmann, StD Michael Pohlig, Institut für Theoretische Festkörperphysik, KIT, 76128 Karlsruhe
E-Mail: f.herrmann@kit.edu
E-Mail: pohlig@kit.edu