Lösungen Energieerhaltung

Aufgabe 1

geg.: m = 4 kg; h_0 = 80 m; g = 10 m/s^2.

t [s]	h [m]	v [m/s]	E_{Lage} [J]	E_{kin} [J]	$E_{ges} = E_{Lage} + E_{kin}$ [J]
0	80	0	3200	0	3200
1	75	10	3000	200	3200
2	60	20	2400	800	3200
3	35	30	1400	1800	3200
4	0	40	0	3200	3200

Aufgabe 2

geg.: v_1 = 8 m/s; h = 10 m

a) zu Beginn: $E = E_{kin1} + E_{pot} = ½\, m{\cdot}v_1^2 + m{\cdot}g{\cdot}h$
nachher: $E = E_{kin2} = ½\, m{\cdot}v_2^2$ ($E_{pot} = 0$)

gleichsetzen: $½\, m{\cdot}v_2^2 = ½\, m{\cdot}v_1^2 + m{\cdot}g{\cdot}h \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2\cdot g\cdot h} \approx$ **16.13 m/s**

b) am Ende bleibt nur potentielle Energie, also $m{\cdot}g{\cdot}h_2 = ½\, m{\cdot}v_2^2$ bzw. $h_2 = \frac{v_2^2}{2\cdot g} \approx$ **13.26 m**

Aufgabe 3

geg.: m = 45 kg; h = 18 m

a) A: potentielle Energie; B: kinetische Energie; C: potentielle + kinetische Energie; D: Spannenergie

b) Aus $½\, m{\cdot}v^2 = m{\cdot}g{\cdot}h$ erhält man $v = \sqrt{2\cdot g\cdot h} \approx$ **18.79 m/s**

c) Im Punkt C hat das Fahrzeug die Energie $½\, m{\cdot}v_C^2 + m{\cdot}g{\cdot}h'$ wobei $h' = 2r = 8$ m. Dies setzt man gleich der pot. Energie in A (oder der kinetischen Energie in B)

$½\, m{\cdot}v_C^2 + m{\cdot}g{\cdot}h' = m{\cdot}g{\cdot}h \Leftrightarrow v = \sqrt{2g\cdot(h - h')} \approx$ **14.01 m/s**

d) Mit $E_{Spann} = E_A$ erhält man $½\, D\, s^2 = m{\cdot}g{\cdot}h$ und $s = \sqrt{\frac{2\, m\cdot g\cdot h}{D}} \approx$ **5.15 m**

Aufgabe 4

geg.: m = 30 kg; α = 20°; h = 5 m; μ = 0.2.

a) Es ist $E_{kin} = E_{pot} - W_R$ also $½\, m{\cdot}v^2 = m{\cdot}g{\cdot}h - \mu{\cdot}\, m{\cdot}g{\cdot}\cos\alpha \cdot s$ wobei $s = h/\sin\alpha$ = 14.62 m

Damit erhält man $v = \sqrt{2g\cdot(h - \mu\cdot\cos\alpha\, s)} \approx$ **6.65 m/s**

b) Die verbleibende kin. Energie wird über Reibungsarbeit in innere Energie umgewandelt:

$W_R = E_{kin} \Rightarrow \mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}x = ½\, m{\cdot}v^2$ und $x = \frac{v^2}{2\mu\, g} \approx$ **11.27 m**

c) Die Reibungsarbeit auf der **fehlenden** Strecke $d - x$ = 8.73 m muss durch die kinetische Energie beim Start aufgebracht werden: $½\, m{\cdot}v_S^2 = \mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}(d - x)$ also $v_S = \sqrt{2\,\mu\cdot g\cdot(d - x)} \approx$ **5.85 m/s**

(oder man setzt kinetische + potentielle Energie am Start gleich der gesamten Reibungsarbeit, ist aber aufwendiger)

Aufgabe 5

geg.: m_1 = 60 kg; m_2 = (60 + 2·20) kg = 100 kg

zu Beginn: $E_{pot} = m_2{\cdot}g{\cdot}h_1$; nachher: $E_{pot} = m_1{\cdot}g{\cdot}h_2$ also $h_2 = m_2/m_1 \cdot h_1$ = **5 m**

Aufgabe 6

geg.: D = 1800 N/m; m = 0.2 kg; v = 28 m/s

a) Aus $½\, D{\cdot}s^2 = ½\, m{\cdot}v^2$ erhält man $s = \sqrt{\frac{m\cdot v^2}{D}} \approx$ 0.2951 m und daraus $F = D{\cdot}s \approx$ **531.3 N**

b) $m{\cdot}g{\cdot}h = ½\, m{\cdot}v^2 \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2\cdot g} \approx$ **39.96 m**

c) h' = 10 m; $E_{kin} = E_{Spann} - E_{pot} \Rightarrow ½\, m{\cdot}v_{neu}^2 = ½\, D{\cdot}s^2 - m{\cdot}g{\cdot}h' \Leftrightarrow v_{neu} = \sqrt{\frac{D\cdot s^2 - 2\cdot m\cdot g\cdot h'}{m}} \approx$ **24.24 m/s**

Aufgabe 7

geg.: m = 70 kg; h = 80 m; ℓ = 20 m

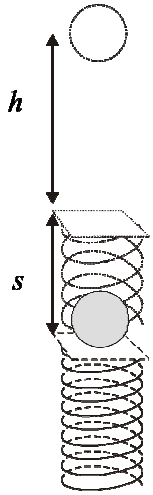
a) pot. Energie → (pot. Energie + kin. Energie) → Spannenergie, anschliessend umgekehrt.

b) $\frac{1}{2} D s^2 = m \cdot g \cdot h$ wobei $s = h - \ell = 60$ m; damit ist $D = 2\, m \cdot g \cdot h / s^2 \approx$ **30.52 N/m**

c) Für D' = 20 N/m ist im tiefsten Punkt $E = E_{kin} + E_{Spann} = E_{pot}$

Also $\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D s^2 = m \cdot g \cdot h^2$ bzw. $v = \sqrt{2gh - \frac{D}{m} s^2} \approx$ **23.3 m/s**

Aufgabe 8



geg.: m = 0.6 kg; h = 3.2 m; D = 400 N/m.

a) $\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \approx$ **7.92 m/s**

b) Die Feder wird um die Strecke $x = s$ zusammengestaucht. Dann gilt:

$\frac{1}{2} D x^2 = m \cdot g \cdot (h + x)$

mit Zahlen: $200 \cdot x^2 = 5.886 \cdot (3.2 + x)$ oder $200 x^2 - 5.886x - 18.84 = 0$

Die Lösungen dieser quadratischen Gleichung lauten $x_{1/2} = \dfrac{5.886 \pm \sqrt{34.64 + 15072}}{400}$

also x_1 = **0.322 m** bzw. $x_2 = -0.293$ m, wobei x_2 physikalisch keinen Sinn macht.

c) Jetzt ist mit s = 0.2 m $\quad \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D s^2 = m \cdot g \cdot (h + s)$

bzw. $v = \sqrt{2g(h+s) - \frac{D}{m} s^2} \approx$ **6.33 m/s**

d) Die Kugel wird erst dann langsamer, wenn die nach oben gerichtete Federkraft grösser als die Gewichtskraft wird. Die zugehörige Dehnung erhält man aus

$D \cdot s = m \cdot g$ oder $s = (m \cdot g) / D = 0.015$ m.

Damit rechnet man wie in c) die Geschwindigkeit aus.

Aufgabe 9

geg.: m = 4.5 kg; h = 0.8 m; x = 1 m; μ = 0.2.

a) Aus $E_{kin} = E_{pot} \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \approx$ **3.96 m/s**

b) $E_{kin} = E_{pot} - W_R$, also $\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h - \mu \cdot m \cdot g \cdot x$

$\Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot (g \cdot h - \mu \cdot g \cdot x)} \approx$ **3.43 m/s**

c) s = 0.7 m , Stauchung mit Reibung

Dann muss $\frac{1}{2} D s^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ (v aus b)) sein.

$\Rightarrow D = (m \cdot v^2 - 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot s) / s^2 \approx$ **82.82 N/m**

d) Weil die Reibungsarbeit auf Hin- und Rückweg gleich gross ist, muss im Umkehrpunkt gerade noch die Hälfte der ursprünglichen Energie vorhanden sein. Damit erhält man über $\frac{1}{2} D s^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot h$ die Dehnung der Feder zu $s' = \sqrt{m \cdot g \cdot h / D} \approx 0.653$ m.

Die Spannenergie der Feder muss dann ausreichen, damit der Körper die Strecke ($x + s$) zurücklegen kann.

Mit der zugehörigen Reibungsarbeit ist:

$\mu \cdot m \cdot g \cdot (x + s') = \frac{1}{2} D s'^2 \Rightarrow x + s' = D s'^2 / (2\mu \cdot m \cdot g) \approx 2.00$ m und $\boldsymbol{x} \approx$ **1.35 m**.

Aufgabe 10

geg.: m_1 = 7 kg; m_2 = 3 kg; h = 2 m

a) Aus E_{pot} (1) wird E_{kin} (1+2) + E_{pot} (2), also

$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + m_2 \cdot g \cdot h = m_1 \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot (m_1 - m_2) \cdot g \cdot h}{m_1 + m_2}} \approx$ **3.96 m/s**

b) Nun ist $\frac{1}{2} D s^2 + m_2 \cdot g \cdot s = m_1 \cdot g \cdot s$ bzw. $s = 2 \cdot (m_1 - m_2) \cdot g / D \approx$ **0.49 m**

c) $\frac{1}{2} D h^2 + m_2 \cdot g \cdot h = m_x \cdot g \cdot h$ ergibt $m_x = (\frac{1}{2} D h^2 + m_2 \cdot g \cdot h) / (g \cdot h) \approx$ **19.31 kg**