Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

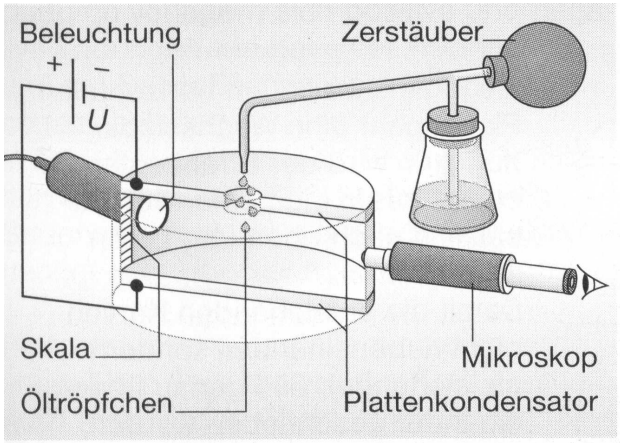
Einleitung

In diesem "historischen" Versuch geht es darum, die Ladung eines Elektrons, auch **Elementarladung *e*** genannt, zu bestimmen.

Eine indirekte Methode dazu bietet zwar die Elektrochemie, genauer die Elektrolyse. Wenn man weiss, wie viele Elektronen ein Molekül aufnimmt bzw. abgibt (z.B. zwei bei H_2O), kann man aus der gesamten Ladung, welche bei der **Elektrolyse eines Mols** dieses Stoffes fliesst, und der Avogadro – Zahl ($6.022 \cdot 10^{23}$) die Ladung eines Elektrons berechnen. (im Beispiel: $e = Q/(2 \cdot 6.022 \cdot 10^{23})$ = ……)

Lange Zeit konnte aber nicht geklärt werden, ob das Ergebnis nur ein Mittelwert ist, oder ob jedes Elektron genau die gleiche Ladung hat. Dazu musste man konkret die Ladung einzelner bzw. weniger Elektronen bestimmen. Dies gelang 1909 **Robert Millikan** mit einem nach ihm benannten Versuch, welcher auf den ersten Blick relativ einfach ist, bei der Durchführung aber seine "Tücken" hat.

Theorie



Die Grundidee ist, ein "Objekt" mit einer so geringen Masse zu finden, dass dessen Bewegung in einem elektrischen Feld schon durch eine geringe Ladung beeinflusst wird. Dafür eignen sich winzige **Öltröpfchen**, welche mit einem Zerstäuber in einen Kondensator gesprüht werden. Dabei werden einige der Tröpfchen (rein zufällig) auch elektrisch geladen sein. Um sie zu beobachten, schaut man seitlich mit einem Mikroskop in den Kondensator.

Ohne elektrisches Feld ($U = 0$) sinken die Tropfen langsam mit nahezu konstanter Geschwindigkeit nach unten. Die Luft stellt dabei ein zähes Medium dar, vergleichbar wie Wasser für einen Stein, welcher darin langsam auf den Grund sinkt. Geht man davon aus, dass der Körper eine kugelförmige Gestalt hat und sich relativ langsam (ohne Verwirbelungen) in dem Medium bewegt, kann man zeigen, dass ihm eine **Widerstandskraft** von $\boldsymbol{F_R = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v}$ entgegen wirkt (Stoke'sches Gesetz). Dabei ist η die Viskosität des Mediums, r der Radius und v die Geschwindigkeit der Kugel. Wir benötigen dieses Gesetz, weil man damit letztendlich den Radius und die Masse der Tröpfchen bestimmen kann (was direkt nicht möglich ist).

Legt man nun am Kondensator eine Spannung an, unterscheiden wir drei wichtige Fälle:

- Die elektrische Kraft ist genau gleich gross wie die Gewichtskraft; der Tropfen scheint im Kondensator zu schweben: $F_{El} = F_G \Rightarrow E \cdot q = m \cdot g$ oder $U/d \cdot q = m \cdot g$ (1)
- Die elektrische Kraft "zieht" den Tropfen zusätzlich nach unten, beide sind im Gleichgewicht mit der Widerstandskraft: $F_{El} + F_G = F_R \Rightarrow E \cdot q + m \cdot g = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_{ab}$ (2)
- Die elektrische Kraft wirkt nach oben und ist grösser als die Gewichtskraft. Der Tropfen bewegt sich nach oben, wird aber durch den Widerstand der Luft gebremst: $F_{El} - F_G = F_R \Rightarrow E \cdot q - m \cdot g = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_{auf}$ (3)

Dies eröffnet in der Praxis zwei Möglichkeiten die Ladung zu bestimmen:

Variante 1

Man misst die Spannung, mit der man einen Tropfen zum Schweben bringen kann. Anschliessend schaltet man den Kondensator "aus" und bestimmt für diesen Tropfen die Sinkgeschwindigkeit.

Wegen $F_G = F_R$ erhält man dann $m \cdot g = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$

Andererseits ist $m = \varrho \cdot V = \varrho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

Setzt man dies ein, erhält man $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \varrho \cdot g = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v \quad \Leftrightarrow \quad r = 3 \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot v_{ab}}{2\, g \cdot \rho}}$ (4)

Jetzt kann man mit $m = \varrho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ die Masse des Tropfens und schliesslich mit Gleichung (1) dessen Ladung berechnen.

Variante 2

Man stellt eine Spannung ein, bei der sich ein Tropfen **nach oben** bewegt und misst die zugehörige Geschwindigkeit v_{auf}. Anschliessend polt man den Kondensator um und misst die Geschwindigkeit, mit der sich der (gleiche) Tropfen nach unten bewegt. Es gelten also die Gleichungen (2) und (3). Subtrahiert man diese voneinander erhält man: $2m \cdot g = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot (v_{ab} - v_{auf})$

Wieder ersetzt man die Masse mit $m = \varrho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ und erhält diesmal:

$$\frac{4}{3}\pi\varrho \cdot r^3 \cdot g = 3\pi \cdot r \cdot \eta \cdot (v_{ab} - v_{auf})$$

$$\Leftrightarrow \quad r = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\eta\,(v_{ab} - v_{auf})}{g \cdot \rho}} \qquad (5)$$

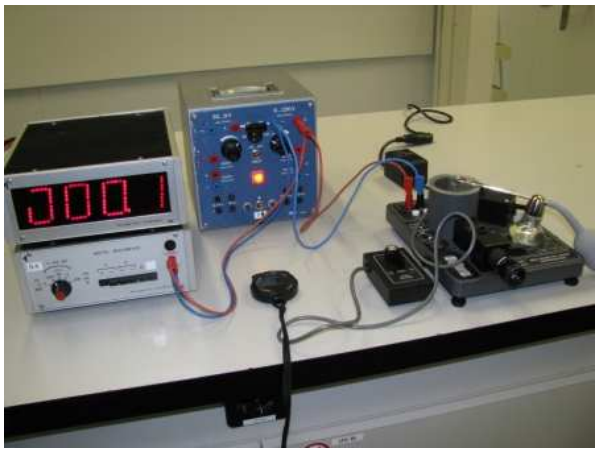
Auf der anderen Seite kann man die Gleichungen (2) und (3) auch addieren, woraus sich

$$2E \cdot q = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot (v_{ab} + v_{auf})$$

bzw. $q = 3\pi \cdot r \cdot \eta \cdot (v_{ab} + v_{auf})/E = 3\pi \cdot r \cdot \eta \cdot (v_{ab} + v_{auf}) \cdot d/U$ (6) ergibt.

Versuchsaufbau

Der Versuch ist auf einer Platte weitgehend vormontiert. Die Beleuchtung wird mit dem beiliegenden Netzteil an einer Steckdose angeschlossen. Der Kondensator wird über die zugehörigen Buchsen (plate voltage) mit ein Gleichspannungsnetzgerät verbunden, die Spannung sollte dabei bis mindestens 200 V regelbar sein. Mit einem Voltmeter wird die Spannung gemessen. Mit dem beiliegenden Schaltelement kann die Spannung am Kondensator bei der Messung umgepolt bzw. der Kondensator geerdet werden, ohne das Netzgerät zu verstellen.



Versuchsvorbereitung

Während der Vorbereitung wird der Kondensator unter Umständen berührt, daher muss das **Netzgerät** dabei **ausgeschalten** sein!

- Als erstes den Versuch so einrichten, dass man im Sitzen bequem durch das Okular schauen kann. Dann die Stellschrauben justieren, dass die Grundplatte genau waagerecht steht (Wasserwaage beachten).
- Auf dem Grundbrett findet sich eine "Fokusiernadel". Den Plexiglasdeckel über dem Kondensators abnehmen und die Nadel durch die kleine Bohrung in der oberen Kondensatorplatte stecken.
- Zimmer abdunkeln, Beleuchtung des Kondensators einschalten. Die Optik am Okular (Linse am Auge) und dem Objektiv (Linse am Kondensator) so einstellen, dass man sowohl das Gitter als auch die Nadel scharf sehen kann. Brillenträgern wird empfohlen, die Brille dabei abzunehmen.
- An der Lampe kann man mit zwei Stellschrauben die "Beleuchtungsebene" einstellen. Die Einstellung ist optimal, wenn die Nadel an der Kante hell erleuchtet ist und der übrige Bereich möglichst dunkel bleibt.
- Am Ende die Fokusiernadel wieder herausnehmen, den Plexiglasdeckel aufsetzen und das Netzgerät einschalten.

Versuchsdurchführung

Die Öltropfen werden mit dem Zerstäuber durch das Loch im Plexiglasdeckel in die Kammer oberhalb des Kondensators gesprüht. Zum Ausprobieren und Ansaugen des Öls wird empfohlen, zunächst 2 oder 3 Mal auf ein Papiertuch zu sprühen. Stellt man den Hebel auf der linken Seite des Kondensators in die **Mittelposition** (spray droplet position), gibt es einen "Durchzug" und es gelangen relativ viele Tropfen in den Kondensator. Anschliessend stellt man den Hebel auf die untere Position (Ionisation source off) um diese "ungestört" beobachten zu können. (In der oberen Position, Ionisation source on, wird durch radioaktive Strahlung zusätzlich die Ladung der Tropfen verändert, dies ist im Allgemeinen aber nicht notwendig.)

Hat man zu wenige Tropfen, genügt es häufig, in der "Spray Droplet position" mit dem Zerstäuber ganz vorsichtig (ohne weiteres Öl) den Druck in der oberen Kammer zu erhöhen, weil hier noch genügend Tropfen vorhanden sein sollten. Sind gar keine Tropfen zu sehen, kann es auch sein, dass die Beleuchtung falsch eingestellt ist!

Variante 1

Möchte man die Ladung nach Variante 1 bestimmen, versucht man nun, durch Regulierung der Spannung (eventuell auch Umpolen) einen Tropfen zum Schweben zu bringen. Die Spannung sollte dabei nicht zu klein sein (> 50 V), weil sonst der relative Fehler gross wird.
Ist dies gelungen, erdet man den Kondensator (Mittelposition des Schaltelements) und misst die Zeit, in der sich der Tropfen um eine bestimmte Strecke nach unten bewegt. Die Strecke, welche der Tropfen dabei zurücklegt, kann man dabei an dem eingeblendeten Raster ablesen, **die kleinste Einheit** (ein Häuschen) entspricht **0.1 mm**. Da man dabei den Tropfen immer im Auge behalten sollte, muss man Spannungsregler, Schalter und Stoppuhr "blind" bedienen, das erfordert etwas Übung.
Für eine sinnvolle Auswertung ist es notwendig, mindestens 5, besser 10 oder noch mehr Tropfen zu messen. Dies erfordert Geduld und Konzentration!

U **[V]**	***s*** **[m]**	***t*** **[s]**	***v*** **[m/s]**	***r*** **[m]**	***m*** **[kg]**	***q*** **[C]**

Auswertung:

Bestimme jeweils aus Gleichung (4) den Radius, daraus die Masse und zuletzt aus Gleichung (1) die Ladung des Tropfens. Gegeben sind die Viskosität der Luft mit $\eta_L = 1.85 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$ *), die Dichte des Öls mit $\varrho_{Öl} = 886\ kg/m^3$ und der Abstand der Kondensatorplatten, $d = 0.0075$ m.

*) Die Viskosität hängt etwas von der Temperatur ab, der angegebene Wert gilt für eine Temperatur von ca. 26°C. Da sich die Luft im Kondensator durch die Beleuchtung etwas erwärmt, kann dieser Wert auch etwas höher sein.

Variante 2

Wie in der Theorie schon erklärt wurde, kann man die Ladung auch über zwei Bewegungen ermitteln. Dazu wählt man eine Spannung, bei der sich ein Tropfen **relativ langsam, aber gut sichtbar, nach oben bewegt**. Anschliessend polt man mit dem Schalter um (ohne den Wert der Spannung zu ändern!), der gleiche Tropfen wird sich dann mit grösserer Geschwindigkeit nach unten bewegen.

Die Aufgabe besteht nun darin, beide Geschwindigkeiten (d. h. die zugehörigen Zeiten) zu messen, ohne dabei den Tropfen zu "verlieren". Auch dies erfordert etwas Übung. Und auch bei dieser Variante bleibt es einem nicht erspart, eine grössere Anzahl von Messungen durchzuführen!

U [V]	s [m]	t_{auf} [s]	v_{auf} [m/s]	t_{ab} [s]	v_{ab} [m/s]	r [m]	m [kg]	q [C]

Auswertung:

Diesmal bestimmt man den Radius aus Gleichung (5) und die Ladung aus Gleichung (6), die Konstanten sind natürlich die gleichen wie bei der ersten Variante!