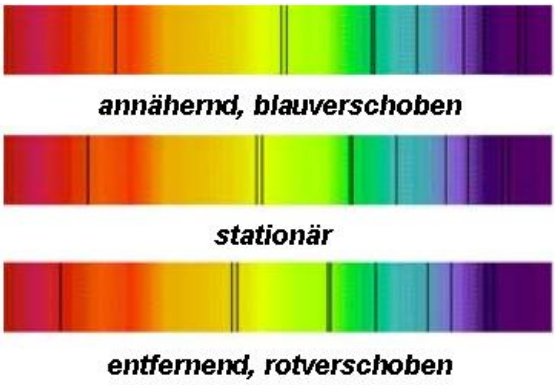

Posten 12

Optischer Dopplereffekt

Sozialform	Einzel- oder Partnerarbeit
Bearbeitungszeit	20 Minuten
Voraussetzung	Posten 3 "Ist Zeit relativ?"

12.1 Einleitung

Wenn ein Krankenwagen mit eingeschaltetem Martinshorn an einem am Strassenrand stehenden Beobachter vorbeifährt, so nimmt er eine andere Tonhöhe des Signals wahr. Bewegt sich der Krankenwagen auf ihn zu, so ist die Frequenz höher. Bewegt sich der Wagen von ihm weg, so erniedrigt sich die Tonfrequenz. Diesen Effekt nennt man den akustischen Dopplereffekt, und er ist umso ausgeprägter je grösser die Relativbewegung ist.

Einen ähnlichen Effekt kann man auch bei Lichtsignalen beobachten (auch wenn die Ursache eine andere ist). So erscheinen zum Beispiel für uns die Farben (Frequenzen der Lichtwellen) von Sternen anders als sie tatsächlich sind, weil sie sich von uns fortbewegen. Da die Frequenzverschiebung mit der (Flucht-)Geschwindigkeit zusammenhängt, kann man so auch die Expansion des Universums beobachten.

In diesem Posten werden Sie den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und der Frequenzverschiebung kennen lernen. Ausserdem werden Sie erfahren, wie man aus den Beobachtungen des Universums herleiten kann, dass es expandiert.

12.2 Arbeitsauftrag

1) Frischen Sie kurz Ihre Kenntnisse über den akustischen Dopplereffekt auf. Dazu dient Ihnen der Abschnitt 12.3.

2) Lesen Sie aufmerksam den Text zur Herleitung des relativistischen (optischen) Dopplereffekts.

3) Lösen Sie die aufgeführten Aufgaben.

4) Lesen Sie den Text zu den Beobachtungen am Universum.

12.3 Kurze Repetition des akustischen Dopplereffekts

Wenn bei Windstille eine ruhende Schallquelle in konstanten Zeitabständen Signale aussendet, so sind die Abstände zwischen den Schallwellen-Fronten konstant. Bewegt sich jedoch die Quelle, so werden die Wellenfronten "zusammengedrückt", da die Quelle der Schallwellen sich ständig verschiebt (siehe Abb. 1). Ein Beobachter, auf den sich die Schallquelle zubewegt, empfängt mehr Wellenfronten pro Zeiteinheit (empfindet also eine *erhöhte Frequenz*). Ein Beobachter auf der anderen Seite, für den sich die Schallquelle also fortbewegt, empfängt weniger Wellenfronten pro Zeiteinheit (und somit eine *tiefere Freqeunz*).

Abb. 1: Wellenfronten werden zusammengedrückt

Bewegt sich der Beobachter auf die Quelle zu bzw. von ihr weg, so läuft er den Wellenfronten entgegen bzw. läuft ihnen davon. Somit wird die Anzahl Wellenfronten pro Zeiteinheit, die auf den Beobachter trifft (bzw. die empfangene Frequenz der Schallwelle) ebenfalls erhöht oder erniedrigt.

Bewegt sich die Quelle mit Schallgeschwindigkeit, so bewegt sie sich also gleich schnell wie die Wellen, die sie gerade erzeugt. Die neu entstehenden Wellenfronten laufen also "mit der Quelle" mit, und es ensteht so eine Mauer, die sogenannte *Schallmauer*. Da die Wellenfronten dort alle auf dieselbe Stelle konzentriert sind, ist ihre Wellenlänge Null, bzw. die Frequenz unendlich.
Diese Schallmauer wird "durchbrochen", wenn sich die Quelle mit Überschall-geschwindigkeit bewegt.

Die Formel für die beobachtete Frequenz sieht folgendermassen aus (ohne Herleitung):

Akustischer (klassischer) Dopplereffekt:

f' ist die beobachtete Frequenz, *f* die gesendete Frequenz, c die Schallgeschwindigkeit

Bewegter Sender (mit Geschwindigkeit *v*):

Annäherung: $f' = f \cdot \frac{c}{c-v}$ Die Frequenz eines sich annähernden Senders wird erhöht.

Entfernung: $f' = f \cdot \frac{c}{c+v}$ Die Frequenz eines sich entfernenden Senders wird erniedrigt.

Bewegter Beobachter (mit Geschwindigkeit *v*):

Annäherung: $f' = f \cdot \frac{c+v}{c}$ Ein sich der Quelle annähernder Beobachter empfängt eine erhöhte Frequenz.

Entfernung: $f' = f \cdot \frac{c-v}{c}$ Ein sich der Quelle entfernender Beobachter empfängt eine erniedrigte Frequenz.

12.4 Rakete sendet Lichtsignale aus

Stellen wir uns eine Rakete vor, die sich mit der Geschwindigkeit v von der Erde fortbewegt. Die Rakete sendet in konstanten Abständen Lichtpulse aus. Der Captain des Raumschiffs misst in seinem Inertialsystem für die zeitlichen Abstände zwischen den Pulsen ein Intervall von $\Delta t'$. Wie wir im Posten "Ist Zeit relativ?" gelernt haben, läuft die Uhr des Captains vom Boden aus gesehen langsamer als die der Bodenstation. Die Bodenstation misst also für die Zeitintervalle, in ihrem Inertialsystem mit ruhenden Uhren (Δt):

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}$$

Zwischen zwei Signalen legt die Rakete (aus Sicht der Bodenstation) die Strecke $v \cdot \Delta t$ zurück, der Abstand der Rakete vergrössert sich also. Ein Puls hat somit zu seinem vorhergehenden Puls einen *zusätzlichen räumlichen Abstand*. Deshalb muss also die Bodenstation noch länger auf das zweite Signal warten, nämlich bis das zweite Signal jene Strecke zurück gekommen ist, die das Raumschiff in der Zeit zwischen dem Aussenden der beiden Signale zurückgelegt hat (siehe Abb. 2). Die Zeitabstände der Lichtsignale, wie sie auf der Bodenstation ankommen, sind also:

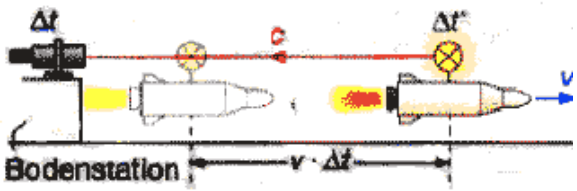

Abb. 2: Empfang periodischer Signale

$$\Delta t + \frac{v \cdot \Delta t}{c} = \Delta t \cdot (1 + v/c) = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1^2 - \left(v/c\right)^2}} \cdot (1 + v/c) = \frac{\Delta t' \cdot (1 + v/c)}{\sqrt{\left(1-\left(v/c\right)\right) \cdot \left(1+\left(v/c\right)\right)}} = \Delta t' \cdot \sqrt{\frac{1+\left(v/c\right)}{1-\left(v/c\right)}}$$

Diese Beziehung gilt für jedes Zeitintervall. Insbesondere kann man für $\Delta t'$ auch die Schwingungsdauer einer Lichtwelle $T' = 1/f'$ einsetzen. Dann ist der obige Ausdruck die Periode T, wie sie die Bodenstation empfängt, und für die Frequenz der empfangenen Lichtwelle ergibt sich: $f = 1/T = f' \cdot \sqrt{\frac{1-\left(v/c\right)}{1+\left(v/c\right)}} = f' \cdot \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$

Falls sich die Lichtquelle und der Detektor aufeinander zu bewegen, ersetzt man v durch $-v$. Aufgrund der Relativität ist es unmöglich zu unterscheiden, ob sich der Sender oder der Empfänger bewegt. Deshalb ist die Formel gleich für den Fall eines bewegten Senders oder eines bewegten Empfängers – im Gegensatz zum akustischen Dopplereffekt.

Wie sich die Frequenzveränderung im Falle von sich entfernender oder sich annähernder Quelle äussert, zeigt die Abb. 3 (f' ist die von der Quelle ausgesandte Frequenz). Wenn sich die Quelle mit annähernder Lichtgeschwindigkeit vom Empfänger entfernt (bzw. sich der Empfänger von der Quelle entfernt) geht die empfangene Frequenz gegen Null. Wenn sich Quelle und Beobachter mit beinahe Lichtgeschwindigkeit aufeinander zu bewegen, geht die empfangene Frequenz gegen unendlich.

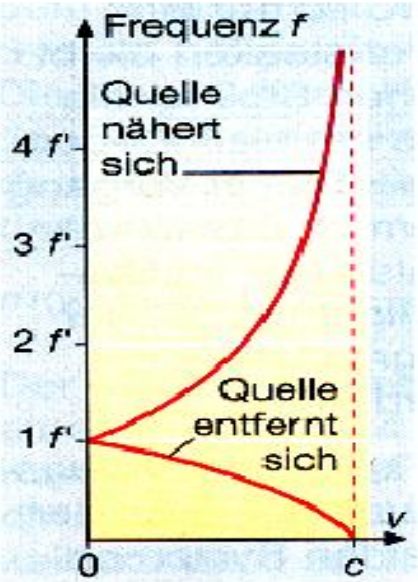

Abb. 3: Dopplerfrequenz

Optischer (relativistischer) Dopplereffekt: $$f = f' \cdot \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

f ist die Frequenz, wie sie der Beobachter misst. ***f´*** ist die Frequenz, wie sie die Quelle sendet. ***c*** ist die Lichtgeschwindigkeit. ***v*** ist die Geschwindigkeit der Quelle bezüglich des Beobachters (oder umgekehrt) für den Fall der Entfernung.
Für den Fall der Annäherung muss *v* durch –*v* ersetzt werden:

Annäherung: $$f = f' \cdot \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

Falls sich eine Lichtquelle bezüglich eines Beobachters bewegt (oder umgekehrt), so empfängt der Beobachter eine veränderte Frequenz des Lichtes. Bei Entfernung wird die empfangene Frequenz kleiner, bei Annäherung wird sie grösser.

12.5 Einige Beispiele

Aufgabe 1:
Welches sind die wesentlichsten Unterschiede zwischen dem akustischen (klassischen) und dem optischen (relativistischen) Dopplereffekt? Und welches sind die Gemeinsamkeiten?

Aufgabe 2:
Eine Ampel leuchtet rot. Wie schnell muss man auf die Ampel zu rasen, damit sie als grün empfunden wird?
Wellenlängen: rotes Licht: 700 nm, grünes Licht: 550 nm
Hinweis: Der Zusammenhang zwischen der Wellenlänge λ und der Frequenz f des Lichts ist folgender: $c = \lambda \cdot f$, mit der Lichtgeschwindigkeit $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s.

Aufgabe 3:
Stellen wir uns ein Gas vor, das Licht in allen Farben des Spektrums aussendet. In diesem Gas hat es aber Natrium-Atome, von denen wir *wissen*, dass es die gelbe Farbe (589 nm Wellenlänge) sozusagen "verschluckt". Diese Farbe fehlt also im Farbspektrum dieses Gases, es entsteht an dieser Stelle im Spektrum eine "Lücke". Stellen wir uns nun weiter vor, dass sich dieses Gas von uns weg- oder zu uns hinbewegt.

a) Wie verändert sich die Position dieser Lücke, wenn wir das Farbspektrum dieses *bewegten* Gases untersuchen?
Hinweis: Betrachten Sie dazu die Farbspektren auf der ersten Seite dieses Postens und vergleichen Sie mit Ihren Überlegungen.

b) Jemand beobachtet das Farbspektrum des Gases. Er stellt die "gelbe Lücke" (589 nm Wellenlänge) bei Orange (650 nm Wellenlänge) fest. Mit welcher Geschwindigkeit entfernen sich der Beobachter und das Gas voneinander?

12.6 Beobachtungen am Universum

Was Sie an der Aufgabe 3 gerechnet haben, wurde von Wissenschaftlern an Sternen anderer Galaxien untersucht. Die Spektrallinien von einem bekannten Atom wurden in weit entfernten Sternen bei anderen Frequenzen beobachtet. Anhand der Verschiebung der Lücken im Farbspektrum konnte man so die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sich die Galaxien von uns entfernen.

Aus dem Spektraltyp und der scheinbaren Helligkeit kann man auch die Entfernung der Sterne zu uns bestimmen. Anhand dieser beiden Messungen wurde ein Diagramm erstellt, in dem die Fluchtgeschwindigkeit der Galaxien in Abhängigkeit ihrer Entfernung aufgetragen wurde (Abb. 4). Aus den Messungen folgt: Je weiter die Galaxie von uns entfernt ist, desto schneller entfernt sie sich von uns. Insbesondere folgt, dass sich praktisch *alle* Galaxien von uns entfernen! Dies deutet auf eine allgemeine Expansion des Universums hin.

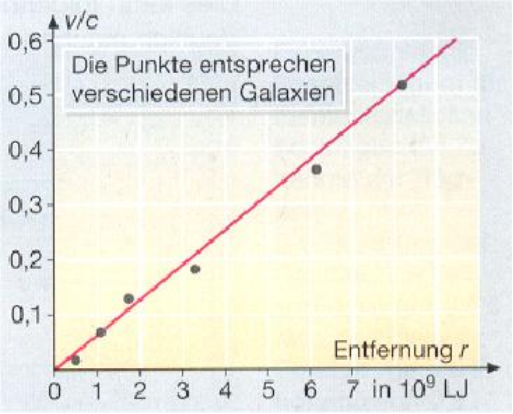

Abb. 4: Fluchtgeschwindigkeit von Galaxien

Dass sich alle Galaxien von uns entfernen, kann man sich folgendermassen veranschaulichen: Man nehme einen Ballon, und zeichne auf dessen Oberfläche Galaxien ein. Wenn man den Ballon aufbläst, entfernen sich die Galaxien voneinander. Und je weiter entfernt die Punkte voneinander sind, desto schneller entfernen sie sich. So ähnlich sieht das heutige Modell unseres Universums aus. Das Universum entspricht demnach der *Oberfläche* eines sich aufblasenden Ballons.